

Математическое моделирование особенностей компенсации анемии дополнительным потоком клеток в периферическую кровь

Свищенко В.В.¹, Стахин Н.А.², Хохлов И.А.¹

Mathematical modeling of the particularities of compensations of anemia by means of the appearing additional cell's flow into peripheral blood

Svischenko V.V., Stakhin N.A., Khokhlov I.A.

¹ Сибирский государственный медицинский университет, г. Томск

² Томский институт бизнеса, г. Томск

© Свищенко В.В., Стахин Н.А., Хохлов И.А.

Для оценки максимальной доли гемоглобина, компенсируемой дополнительным потоком клеток, возникающим вследствие анемии, использован метод математического моделирования.

Ключевые слова: анемия, клеточная кинетика, поток клеток, периферическая кровь, математическое моделирование.

For evaluation of the maximum values of the hemoglobin compensated by means of the appearing additional cell's flow into peripheral blood the method of mathematical modeling has been used.

Key words: anemia, cell kinetics, cell's flow, peripheral blood, mathematical modeling.

УДК 616.155.194-003.215:51-7

Введение

При гемолитических анемиях поток клеток в периферическую кровь $p(u)$ определяется величиной анемии u . В качестве параметра, характеризующего величину анемии, использовали отношение $u = C^g/C(u)$, где C^g — концентрация гемоглобина в периферической крови в норме; $C(u)$ — концентрация гемоглобина в патологическом состоянии [1]. Параметр u показывает, во сколько раз уменьшилась в результате анемии концентрация гемоглобина в периферической крови.

Известно, что за счет стимуляции системы эритропоэза гипоксией, возникающей вследствие анемии, скорость продукции эритроцитов максимально может увеличиться в 6—8 раз [2—5]. Этот экспериментально полученный результат моделировался математически с помощью двух квадратичных функций параметра анемии u , достигающих свои максимумы, равные 8 и 6 [6]. Результаты моделирования приведены на рис. 1 в виде двух кривых, причем верхнюю кривую можно

рассматривать как верхнюю, а нижнюю кривую — как нижнюю возможную границу промежутка, в который должны попадать значения относительного потока клеток $p(u)/p_n$ (где p_n — поток в норме) для конкретного индивидуума.

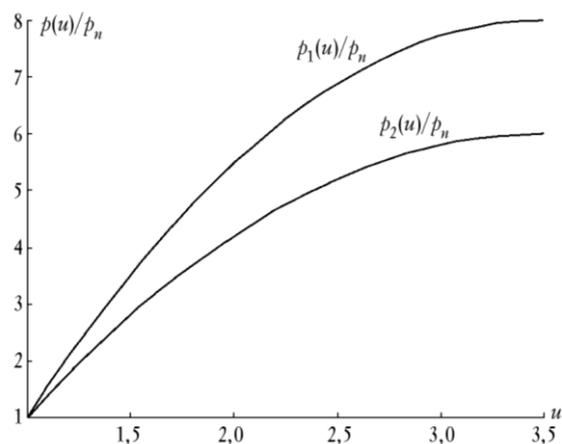


Рис. 1. Верхняя — $p_1(u)/p_n$ и нижняя — $p_2(u)/p_n$ границы потока клеток

На рис. 1 при $u = 1$ анемия отсутствует, оба значения потоков (соответствующий максимальному возможному значению — p_1 и минимальному возможному значению — p_2) равны потоку в норме, а относительные значения равны 1. По мере роста параметра u анемия растет, величина потока клеток, поступающих в периферическую кровь, превышает норму, превышение значения потока над нормой рассматривается как дополнительный поток $p^{dop}(u) = p(u) - p_n$, возникающий вследствие анемии.

Данная работа продолжает исследования, проведенные ранее [4—6], и направлена на изучение особенностей компенсации гемоглобина в периферической крови, осуществляемой дополнительным потоком клеток, возникающим вследствие анемии.

Материал и методы

Основным методом, используемым в данной работе, является метод математического моделирования исследуемых процессов системы красной крови. Используя введенные выше характеристики, запишем долю гемоглобина, компенсируемую дополнительным потоком, возникающим вследствие анемии, в виде

$$C^{dop}(u) = (C^g/u)(p(u)/p_n - 1)/(p(u)/p_n) = C^g (1/u - p_n/(up(u))). \quad (1)$$

Здесь $p(u)/p_n$ показывает, во сколько раз поступающий поток превышает норму, а отношение $(p(u)/p_n - 1)/(p(u)/p_n)$ представляет собой долю дополнительного потока в общем потоке. Продифференцировав (1) по переменной u и приравняв производную к нулю, получим уравнение для нахождения критического значения параметра u^{kr} , начиная с которого прекращается рост доли гемоглобина, компенсируемой дополнительным потоком

$$(up(u))' - (up(u))^2/p_n = 0, \quad (2)$$

где штрих справа у скобки, как и обычно, означает производную по переменной u от выражения, находящегося в скобках. Для получения численных результатов использованы полученные ранее [6] аналитические выражения для относительных потоков: $p_1(u)/p_n = -5,72 + 7,84u - 1,12u^2$ и $p_2(u)/p_n = -3,8 + 5,6u - 0,8u^2$.

Результаты и обсуждение

На рис. 2 приведены как функции степени анемии относительные доли гемоглобина $C^{dop}(u)/C^g$ (кривые 1

и 2), компенсируемые возникающими вследствие анемии дополнительными потоками $p_1^{dop}(u) = p_1(u) - p_n$ и $p_2^{dop}(u) = p_2(u) - p_n$, представляющими соответственно верхнюю и нижнюю границы возможных значений потока клеток из костного мозга в периферическую кровь (соответствующие потокам $p_1(u)/p_n$ и $p_2(u)/p_n$, приведенным на рис. 1).

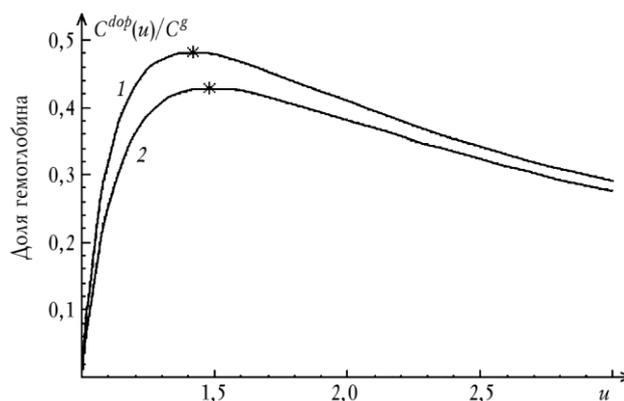


Рис. 2. Доли гемоглобина, компенсируемые дополнительными потоками клеток. Звездочкой помечены максимально достигаемые значения компенсируемой доли гемоглобина

Существование максимума для доли гемоглобина, компенсируемой дополнительным потоком клеток, возникающим вследствие анемии, было доказано в работе В.В. Свищенко и Н.А. Стахина [6], где численно были рассчитаны относительные доли компенсации анемии дополнительным потоком для различных значений относительного потока p/p_n , принимающего целые значения: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Как видно из третьей строки таблицы, максимум компенсации анемии дополнительным потоком должен достигаться для значений относительного потока, лежащего между значениями 3 и 4, а согласно четвертой строке таблицы, максимум компенсации анемии дополнительным потоком примерно соответствует значению $p/p_n = 3$. Точные максимальные значения компенсируемой доли гемоглобина приведены в последних двух столбцах таблицы, там же приведены соответствующие дополнительным потокам p_1 и p_2 критические значения параметра анемии u_1^{kr} и u_2^{kr} , начиная с которых соответствующий дополнительный поток клеток не в состоянии увеличить концентрацию гемоглобина в периферической крови. Критические значения u^{kr} рассчитаны из формулы (2) путем численного решения уравнения.

Необходимо отметить, что для значений степени анемии u , лежащих в интервале $1 < u < u^{kr}$, дополнительный поток клеток, возникающий вследствие анемии, в состоянии увеличить концентрацию гемоглобина в периферической крови, а для значений степени анемии, превышающих критическое значение $u > u^{kr}$, дополнительный поток ни в какой степени уже не способен компенсировать падение гемоглобина в периферической крови.

Эффективность компенсации анемии дополнительным потоком клеток

Показатель	Значение								
	2	3	4	5	6	7	8	2,744	3,118
$C_1^{dop}(u)/C^g$	0,42	0,48	0,48	0,44	0,40	0,36	0,28		0,481
$C_2^{dop}(u)/C^g$	0,40	0,42	0,39	0,32	0,25	—		0,429	
u_1^{kr}									1,4122
u_2^{kr}								1,4826	

Заключение

Таким образом, в результате проведенного исследования установлено, что критические значения сте-

пени анемии, начиная с которых дополнительный поток уже не в состоянии компенсировать уменьшающуюся концентрацию гемоглобина в периферической крови, относительно небольшие по величине и лежат в интервале 1,4—1,5.

Литература

1. Павлов А.Д. Регуляция эритропоэза. М.: Медицина, 1987. 272 с.
2. Руководство по гематологии / под ред. А.И. Воробьева. М.: Медицина, 1985. Т. 1. 448 с.
3. Руководство по гематологии / под ред. А.И. Воробьева. М.: Ньюдиамед, 2005. Т. 3. 416 с.
4. Свищенко В.В., Стахин Н.А. Дополнительный поток клеток в периферическую кровь вследствие анемии // Бюл. сиб. медицины. 2004. Т. 3, № 1. С. 57—59.
5. Свищенко В.В., Гольдберг Е.Д. Математическое моделирование кинетики эритропоэза. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1995. 94 с.
6. Свищенко В.В., Стахин Н.А. Математическое моделирование компенсации анемии дополнительным потоком клеток в периферическую кровь, возникающим вследствие анемии // Бюл. сиб. медицины. 2008. Т. 7, № 4. С. 44—46.

Поступила в редакцию 25.05.2009 г.

Утверждена к печати 22.12.2009 г.

Сведения об авторах

В.В. Свищенко — д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой высшей математики СибГМУ (г. Томск).

Н.А. Стахин — канд. физ.-мат наук, доцент кафедры естественно-научных дисциплин Томского института бизнеса (г. Томск).

И.А. Хохлов — канд. физ.-мат наук, доцент кафедры высшей математики СибГМУ (г. Томск).

Для корреспонденции

Стахин Николай Александрович, тел.: (382-2) 52-11-26, 8-909-538-4271; e-mail: Stakhin@tspu.edu.ru