Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Сибирский государственный медицинский университет»
Министерства здравоохранения и социального развития
Российской Федерации

Л.А. Колубаева, Л.А. Краснобаева, Ю.В. Кистенев

ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

Учебное пособие

Томск
Сибирский государственный медицинский университет
2011

УДК 53, 53:372.8
К 617

К 617 Колубаева Л. А., Краснобаева Л. А., Кистенев Ю. В. Лекции по физике: учебное пособие. – Томск: СибГМУ, 2011. – 127 с.

В учебном пособии отражены современные представления о явлениях, направленных на изучение физических методов исследования свойств и характеристик биологических объектов для дальнейшего использования полученных результатов в медицине. Пособие содержит главы по основным темам курса общей физики, для каждой главый приведены тестовые задания и ситуационные задачи. Предложенная структура пособия помогает выделить глаавные аспекты изучаемых физических процессов, организовать и конкретизировать учебный процесс.

Данное пособие составлено в соответствии с учебной программой по физике для студентов, обучающихся по специальности 060108 65(040500) – фармация, утвержденной Министерством здравоохранения Российской Федерации от 03.09.2000 г.

Рецензенты:

О.Н. Сулакшина – д.ф.-м.н., профессор СибГМУ
А.В. Шаповалов – д.ф.-м.н., профессор ТГУ

Утверждено и рекомендовано к печати учебно-методической комиссией медико-биологического факультета (протокол № 4 от 31 мая 2011 г.) и центральным методическим советом ГОУ ВПО СибГМУ Росздрава (протокол № 3 от 28 сентября 2011 г.).

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Задача физики состоит в том, чтобы создать наиболее полное описание физических свойств мира. При изучении физики как науки весьма важно иметь в виду модельный характер ее построений. Встречаясь в повседневной жизни и практической деятельности с различными физическими объектами, явлениями, ситуациями и связями между ними, человек создает модель, которая состоит из образов этих объектов, явлений, ситуаций и связей между ними, а также правил оперирования с ними. Но в реальном физическом мире связи между явлениями и предметами столь многообразны, что охватить их все невозможно не только в практическом, но и теоретическом смысле. Поэтому при создании моделей принимаются во внимания только существенные для данного круга явлений свойства и связи. Необходимо заботиться, чтобы каждый элемент изучаемой модели имел четко определенное содержание и ясно сформулированное соотношение с элементом реального физического мира.

Физика в современной системе наук изучает наиболее общие и простые формы движения материи (механические, тепловые, электромагнитные и т.д.) и их взаимные превращения. Благодаря этому физические законы, такие как закон сохранения энергии, законы электродинамики, законы квантовой механики, служат основой химических, биологических законов. Нельзя установить четких границ между физикой и другими науками о природе. Например, применение теоретических и экспериментальных методов физики дало возможность установить строение и свойства основных частиц, участвующих в химическом процессе: атомов, молекул, свободных радикалов. Эти методы позволили во многих случаях разобраться в деталях химических реакций, выяснить механизм и кинетику химических превращений, и установить природу химических связей.

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА

1.1. Векторы и скаляры

Многие физические величины характеризуются одним числом. К ним, например, относят температуру, выражаемую числом градусов в определенной шкале; массу – числом граммов и т.д. Такие величины называются скалярами.

Существуют характеристики, например, скорость, задаваемые как числом, так и направлением. Такие характеристики называют векторами.

Вектор представляет собой направленный отрезок прямой, длина которого равна представляемой вектором физической величине, а стрелка показывает ее направление. Иногда векторы обозначаются просто жирной буквой, например, **A,** а их абсолютное значение – либо той же жирной буквой, заключенной между вертикальными черточками: $|\mathbf{A}|$ либо той же буквой, но светлым шрифтом. Поскольку векторы характеризуются как направлением, так и величиной, то работать с векторными величинами нужно по особым правилам.

1. Сложение векторов. Сложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ осуществляется либо по правилу треугольника (см. рисунок 1.1) либо по правилу параллелограмма (см. рисунок 1.2). Пусть нам даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (см. рисунок 1.1). Перенесём вектор $\vec{a}$ параллельно самому себе так, чтобы его начало оказалось совмещённым с концом вектора $\vec{b}$. Тогда вектор $\vec{c}$, проведённый из начала вектора $\vec{b}$ в конец вектора $\vec{a}$, будет представлять собой результирующий вектор $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.

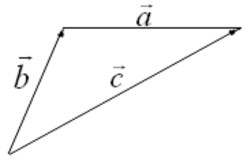

Рис. 1.1

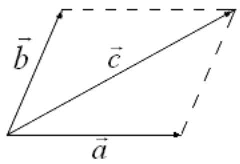

Рис. 1.2

Можно осуществить построение иным способом, представленным на рисунке 1.2. Перенесем вектор $\vec{a}$ или $\vec{b}$ так, чтобы начала обоих векторов казались совмещенными. Затем построим на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ параллелограмм. Диагональ параллелограмма совпадает с вектором $\vec{c}$, полученным по способу, показанному на рисунке 1.1, т.е. оба рассмотренных способа дают одинаковый результат.

2. Очень часто проведение конкретных численных расчетов гораздо проще, если работать с векторами в координатной форме. В этом случае расчеты носят чисто арифметический характер. Поэтому важно уметь записывать все векторные выражения и операции в координатной форме. В первую очередь это необходимо уметь делать в декартовых координатах. В этом случае любой вектор может быть спроецирован на оси координат и проекции этого вектора находятся следующим образом: $A_x = x_2 - x_1$, $A_y = y_2 - y_1$, $A_z = z_2 - z_1$.

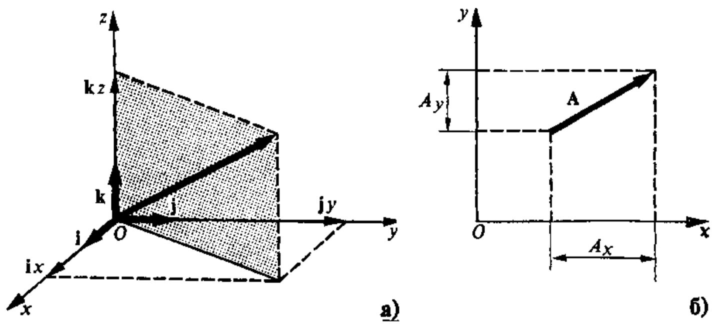

Рис. 1.3

На рисунке 1.3 представлены проекции произвольного вектора в пространственной декартовой системе координат (*а*) и произвольного вектора *A* в той же системе на плоскости (*б*).

Из рисунка 1.3 видно, что модуль вектора может быть выражен следующим образом:

$$\left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}\,.$$

3. Удобной записью векторных величин является их запись с помощью единичных векторов – это векторы, у которых абсолютное значение равно единице, а направления соответствуют направлению самого вектора. Поэтому любой вектор можно представить виде

$$\vec{A} = \vec{\mathrm{e}}_{\mathrm{a}} A, \qquad (1)$$

где A – модуль вектора, а $\vec{\mathrm{e}}_{\mathrm{a}}$ – единичный вектор или орт вектора A, направленный так же, как и вектор $\vec{A}$. Умножив обе части равенства (1) на скаляр, равный $1/A$, придем к соотношению

$$\vec{\mathrm{e}}_{\mathrm{a}} = \frac{\vec{A}}{A}.$$

Из этого соотношения следует, что орт является безразмерной величиной.

1.2. Материальная точка. Системы отсчета

Механическим движением называется изменение положения тела или его частей относительно других тел с течением времени. Тело, относительно которого мы рассматриваем положение других тел в пространстве, называется *телом отсчета*. Раздел механики, изучающий движение материальных тел без рассмотрения причин, вызывающих это движение, называют *кинематикой*. Наиболее простым механическим движением является движение материальной точки. *Материальной точкой* называют тело, размерами которого пренебрегают при анализе движения тела. Модель применима, когда размеры тела много больше размера области пространства, в которой происходит движение. Если тело нельзя рассматривать как материальную точку, то его представляют как совокупность (систему) материальных точек. Например, твердое тело – система жестко связанных между собой материальных точек, упругое тело – система материальных точек, способных к небольшим относительным смещениям; газ – система несвязанных материальных точек. Для описания механического движения нужно указывать, как одно тело перемещается относительно каких-либо других материальных тел. Поэтому, прежде всего, устанавливают систему отсчета.

Системой отсчета называют систему координат, связанную с телом отсчета, и часы, которые находятся в этой системе координат и измеряют время. Положение материальной точки в координатной системе в момент времени t определяется координатами x, y, z или радиус-вектором $\vec{r}$. *Радиус-вектором ($\vec{r}$) называется вектор, проведенный из начала координат в ту точку пространства, в которой в данный момент времени находится тело* (см. рисунок 1.4). С течением времени положение рассматриваемой материальной точки изменяется – она перемещается, т.е. радиус-вектор $\vec{r}$ или три скалярные величины x, y и z являются функциями времени: $\vec{r} = \vec{r}(t)$ либо

$$x = x(t),$$
$$y = y(t),$$
$$z = z(t).$$

Совокупность последовательных положений, занимаемых точкой P в процессе ее движения, образует в пространстве кривую, называемую *траекторией движущейся точки*.

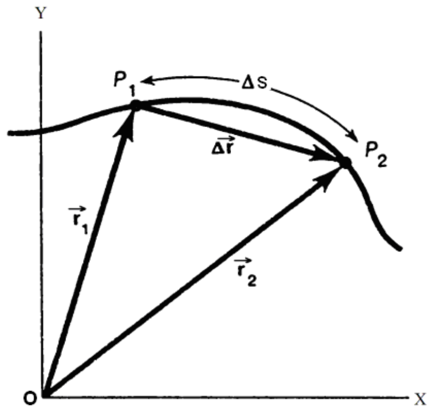

Рис. 1.4

Траектория движения частицы в плоскости xy представлена на рисунке 1.4. В момент времени t_1 частица находится в точке P_1 (ее положение задается радиус-вектором r_1), а в момент времени t_2 в точке P_2 (ее положение здесь задается радиус-вектором r_2). Вектор перемещения за интервал времени Δt равен $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Траекторию можно определить и таким образом: *траектория* – это кривая линия, которую описывает конец радиус-вектора при движении материальной точки. Если при движении материальной точки P изменяется лишь длина радиус-вектора, то точка P движется по прямой линии. Такое движение называется *прямолинейным*. При изменении только направления радиус-вектора при движении точки P траектория имеет форму окружности. Но если радиус-вектор точки P меняется и по направлению и по величине, то траектория движения будет представляться кривой линией: *криволинейное движение*. Длина участка траектории, пройденного материальной точкой за время Δt, называется длиной пути ΔS.

Направленный отрезок прямой, соединяющий начальную и конечную точки движения, называется перемещением. Так, вектор $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ на рисунке 1.4 является перемещением материальной точки P. Если рассматривать бесконечно малое смещение материальной точки вдоль траектории, то $\Delta S = |\Delta\vec{r}\,|$.

1.3. Кинематика материальной точки

Из курса элементарной физики мы знаем, что отношение перемещения $\Delta\vec{r}$ ко времени движения Δt называется *средней скоростью по перемещению*.

Мгновенная скорость движущейся точки соответствует средней скорости движения по перемещению, когда время движения становится очень малым. Математически это определение можно записать в виде:

$$\bar{u} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t}.$$

Выражение в правой части соответствует производной радиус-вектора движущейся материальной точки по времени:

$$\vec{u} = \frac{d\,\vec{r}}{dt}.$$

Следует заметить, что мы не положили просто $\Delta t \to 0$, поскольку величина Δr при этом также была бы равна нулю и мы имели бы неопределенное число. Таким образом, отношение $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ необходимо рассматривать как единое целое; поскольку мы полагаем $\Delta t \to 0$, Δr также стремится к нулю, однако отношение $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ приближается к некоторому определенному значению, которое и называется *мгновенной скоростью*.

Нужно отметить, что скорость – это векторная величина. Вектор мгновенной скорости всегда направлен по касательной к траектории в соответствующей точке (см. рисунок 1.5).

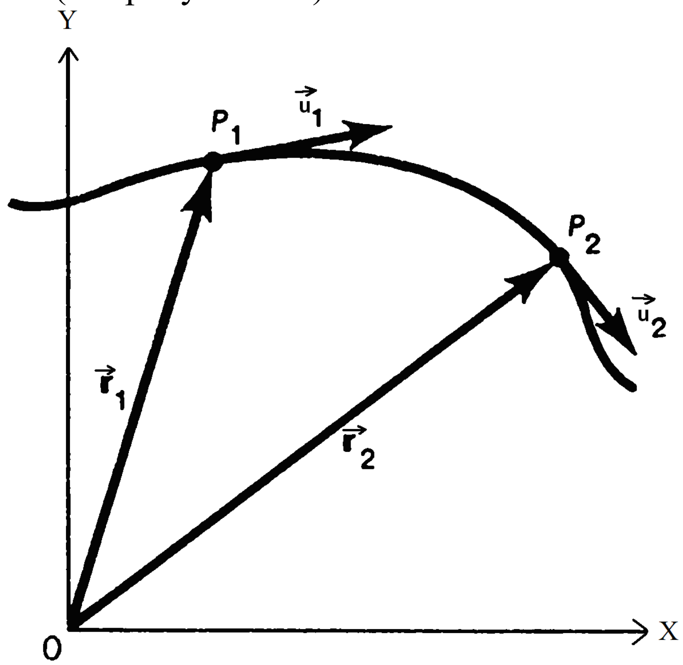

Рис. 1.5. Векторы скорости u_1 и u_2 в моменты времени соответственно t_1 и t_2 для частицы на рисунке 1.4

Модуль вектора скорости можно найти следующим образом:

$$u = \frac{ds}{dt}.$$

Можно решить и обратную задачу кинематики, т.е. по заданному значению скорости можно найти путь, пройденный материальной точкой за промежуток времени от t_1 до t_2:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} u(t)dt.$$

При неравномерном движении необходимо знать закон изменения скорости со временем. Для этого вводится понятие ускорения. *Среднее ускорение* – это физическая величина, которая характеризует быстроту изменения скорости со временем: $\vec{a} = \frac{\vec{u}_2 - \vec{u}_1}{t_2 - t_1}$, где $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ – мгновенные скорости в моменты времени t_1 и t_2. Как следует из определения, *ускорение* – это векторная величина, направление которой всегда совпадает с вектором изменения скорости $\Delta\vec{u} = \vec{u}_2 - \vec{u}_1$. На рисунке 1.6 изображены векторы мгновенных скоростей в разные моменты времени. Чтобы сравнить эти скорости, сделаем параллельный перенос вектора $\vec{u}_2$ в начало вектора $\vec{u}_1$. Тогда вектор изменения скорости $\Delta\vec{u}$ будет направлен от конца вектора $\vec{u}_1$ к концу вектора $\vec{u}_2$.

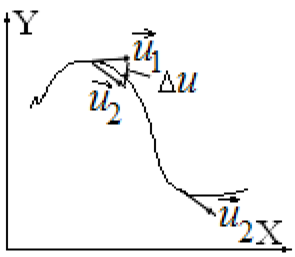

Рис. 1.6

Подобно скорости, существует понятие мгновенного ускорения, которое определяется следующим образом:

$$\vec{a}_{\text{мгн.}} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Ускорение материальной точки в данный момент времени – это физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло, при стремлении промежутка времени к нулю. Математически это выражается следующим образом

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Запишем вектор скорости через единичный вектор (см. уравнение 1) $\vec{u} = \vec{e}_u u$. Поскольку скорость движения материальной точки – это величина векторная, то ее изменение может происходить как по величине, так и по направлению, поэтому найдем мгновенное ускорение, взяв производную от скорости по времени (находим производную от произведения):

$$\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{e}_u u) = \vec{e}_u \frac{du}{dt} + \frac{d\vec{e}_u}{dt} u.$$

Таким образом, ускорение можно представить суммой двух независимых членов, один из которых определяет изменение скорости по величине, а другой – по направлению. Изменение скорости по величине характеризуется тангенциальным ускорением материальной точки $\vec{a}_\tau$, которое направлено по касательной к траектории, т.е. совпадает по направлению со скоростью u, а величина тангенциального ускорения находится следующим образом:

$$a_\tau = \frac{du}{dt}.$$

Изменение скорости по направлению характеризуется нормальным ускорением $\vec{a}_n$, которое всегда перпендикулярно вектору скорости и направлено к центру радиуса кривизны траектории, по которой движется материальная точка. Величина нормального ускорения находится по формуле

$$a_n = \frac{u^2}{R},$$

где u – значение мгновенной скорости материальной точки в данной точке траектории, а R – радиус кривизны траектории.

Полное ускорение материальной точки представляет векторную сумму тангенциального и нормального ускорений

$$\vec{a}_{\text{полн.}} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Модуль полного ускорения находится следующим образом:

$$\left|\vec{a}_{\text{полн.}}\right| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,.$$

1.4. Виды механического движения материальной точки

1. Равномерное прямолинейное движение. *Равномерным прямолинейным движением* называют движение, при котором материальная точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. При этом вектор скорости не меняется ни по величине, ни по направлению, модуль вектора перемещения равен пройденному телом пути, мгновенная и средняя скорости совпадают. Это движение описывается уравнением движения

$$x = x_0 + ut \text{ или } s = ut\,.$$

2. Равнопеременное, прямолинейное движение. *Равнопеременным, прямолинейным движением* называется движение, при котором вектор тангенциального ускорения является константой, т.е. не меняется ни по величине, ни по направлению ($\vec{a}_\tau = \text{const}$), при этом нормальное ускорение равно нулю $\vec{a}_n = 0$. В этом случае полное ускорение равно тангенциальному и равно $a = \dfrac{du}{dt}$, а скорость в любой момент времени движения материальной точки находится следующим образом: $u = u_0 + at$. Путь, пройденный материальной точкой, при данном движении, находится следующим образом:

$$s = \int u dt = \int (u_0 + at) dt = u_0 t + \frac{at^2}{2}$$

или в координатном виде:

$$x = x_0 + u_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

3. Равномерное движение по окружности. *Равномерным движением по окружности* называется движение, при котором тангенциальное ускорение равно нулю $\vec{a}_\tau = 0$, а нормальное ускорение меняется по направлению, но не меняется по величине $|\vec{a}_n| = \text{const}$, в этом случае траекторией материальной точки будет окружность. Описать движение материальной точки по окружности можно и с помощью линейных характеристик (u, a, s) и с помощью угловых характеристик: углового пути φ, угловой скорости $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$. Рассмотрим связь между линейными и угловыми характеристиками движения материальной точки. Перемещаясь из точки 1 в точку 2 (см. рисунок 1.7), материальная точка проходит путь S, равный длине дуги окружности радиуса R, и поворачивается на угол φ, который и равен угловому пути, пройденному материальной точкой. Угол φ – это центральный угол, поэтому $S = \varphi R$. Используя эту связь между пройденным линейным и угловым расстоянием, получим

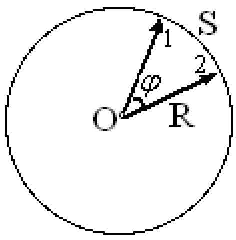

Рис. 1.7

$$u = \frac{ds}{dt} = \frac{d(\varphi R)}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} = \omega R.$$

Таким образом, линейная скорость u связана с угловой скоростью следующим образом:

$$u = \omega R.$$

Поскольку равномерное движение по окружности характеризуется постоянным по величине нормальным ускорением, то выразим его модуль через угловые характеристики:

$$|\vec{a}_n| = \frac{u^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Таким образом, модуль нормального ускорения равен $a_n = \omega^2 R$.

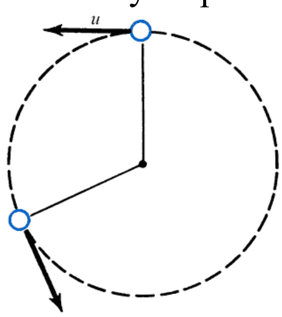

Рис. 1.8

На рисунке 1.8 показано изменение направления мгновенной скорости частицы, движущейся по окружности. Заметьте, что в любой момент времени мгновенная скорость направлена по касательной к круговой траектории.

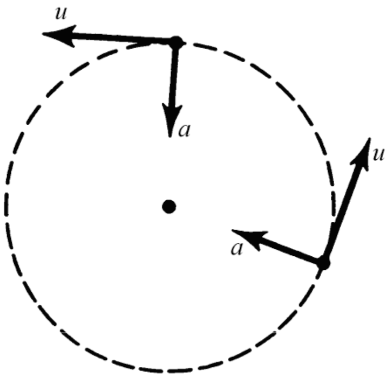

Рис. 1.9

На рисунке 1.9 показано, что при равномерном вращательном движении вектор нормального ускорения a всегда перпендикулярен вектору скорости u.

4. Ускоренное движение по окружности. При неравномерном вращательном движении ускорение материальной точки имеет как тангенциальную (a_τ), так и нормальную (a_n) составляющие. В этом случае меняется по величине линейная скорость, а, следовательно, и угловая скорость (см. рисунок 1.10 и уравнение $u = \omega R$).

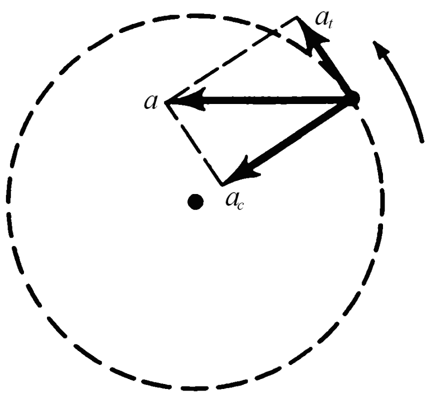

Рис. 1.10

Изменение угловой скорости характеризуется угловым ускорением. *Угловым ускорением* называется изменение угловой скорости в единицу времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Если угловое ускорение ε является постоянным, то движение по окружности называется *равнопеременным*. Аналогично прямолинейному равнопеременному движению равнопеременное движение по окружности можно описать следующими уравнениями движения:

$$w = w_0 \pm et,$$

$$j = w_0 t \pm \frac{et^2}{2},$$

где ω_0 – начальная угловая скорость движения материальной точки. Достаточно часто требуется выразить угловой путь через число оборотов. При этом следует помнить, что за один оборот материальная точка проходит угловой путь равный 2π, поэтому если материальная точка совершила N оборотов, то, значит, она прошла угловой путь, равный $2\pi N$, $\varphi = 2\pi N$.

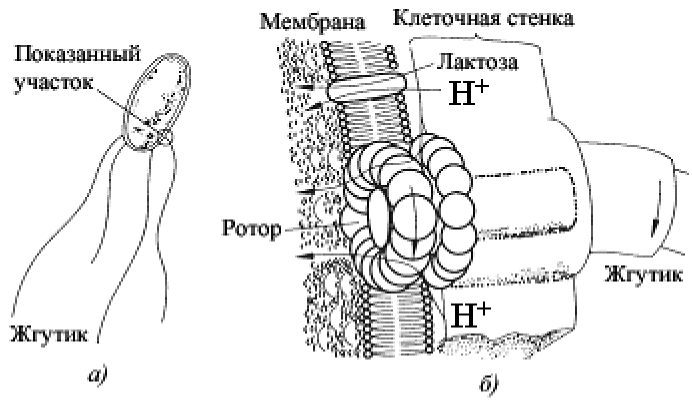

Рис. 1.11

В технике вращательное движение встречается чрезвычайно часто: вращение валов двигателей и генераторов, колес, турбин и пропеллеров самолетов, центрифуг и т.д. В живых организмах устройства, подобные вращающемуся колесу, можно встретить у многих бактерий, например, у кишечной палочки имеется «мотор», вращающий жгутики. С помощью этих жгутиков бактерия перемещается в среде (см. рисунок 1.11*а*). Основание жгутика прикреплено к колесику (ротору) в форме кольца (см. рисунок 1.11*б*). Плоскость ротора параллельна другому кольцу, закрепленному в мембране клетки. Ротор вращается, делая до 8 оборотов в секунду.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. ПРИ УСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ ПО ОКРУЖНОСТИ МЕНЯЕТСЯ
   1) модуль скорости
   2) направление скорости
   3) модуль и направление скорости
   4) ничего не изменяется

2. МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА – ЭТО
   1) тело пренебрежительно малой массы
   2) тело очень малых размеров
   3) тело, массой которого можно пренебречь в условиях данной задач
   4) тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи

3. ПУТЬ, ПРОЙДЕННЫЙ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКОЙ – ЭТО
   1) величина, равная модулю перемещения материальной точки
   2) величина, равная модулю вектора, проведенного из начала координат в конечное положение материальной точки
   3) величина, равная разности модулей векторов, проведенных из начала координат в начальное и конечное положения материальной точки

4) длина траектории движения тела

4. МГНОВЕННАЯ СКОРОСТЬ ТЕЛА – ЭТО

1) предел, к которому стремится средняя скорость на бесконечно малом промежутке времени Δt

2) отношение пройденного телом пути за промежуток времени

3) ускорение, умноженное на время

4) физическая величина, которая характеризует быстроту изменения скорости со временем

5. УСКОРЕНИЕ ТЕЛА – ЭТО

1) скалярная величина, равная скорости тела

2) векторная величина, показывающая, насколько изменяется вектор скорости точки при её движении за единицу времени

3) величина, равная произведению силы на массу тела

4) физическая величина, которая характеризует быстроту изменения, пройденного телом пути за промежуток времени

6. ТАНГЕНЦИАЛЬНОЕ УСКОРЕНИЕ ТЕЛА УКАЗЫВАЕТ

1) насколько быстро скорость тела изменяется по направлению

2) насколько быстро пройденный телом путь изменится по модулю

3) насколько быстро изменяется скорость тела по модулю

4) насколько быстро изменится вектор полного ускорения

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Координата тела меняется с течением времени согласно закону $x = 5 + 3t$. Определите координату этого тела через 5 с после начала движения.
2. Движение тела вдоль оси X описывается уравнением $x = 2 + 3t$. Определите среднюю скорость его движения за третью секунду.
3. Двигаясь равноускоренно из состояния покоя, тело прошло путь 50 м за 5 с. С каким ускорением двигалось тело?
4. Велосипедист за 10 минут проехал 2400 м, затем в течение 1 минуты спускался под уклон 900 м и после этого проехал еще 1200 м за 4 минуты. Найдите среднюю скорость велосипедиста.
5. Первую половину пути человек прошел со скоростью 4 км/ч, а вторую пробежал со скоростью 12 км/ч. Определите среднюю скорость за все время движения.

ГЛАВА 2. ДИНАМИКА

До сих пор мы рассматривали движение на основе понятий скорости и ускорения. Теперь займемся следующими вопросами: почему тела движутся именно таким образом, а не иначе? Что заставляет покоящееся тело начать движение? Что является причиной ускорения или торможения тела? Чем вызвано движение тела по окружности? Можно было бы сказать, что в каждом из этих случаев на тело действует сила. В этой главе мы изучим связь между силой и движением. В механике считают, что причиной движения является взаимодействие тел.

Физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, называется *силой.*

В основе классической механики лежат три закона динамики, сформулированные Ньютоном 1687 году.

2.1. Основные законы механики. Законы Ньютона

Первый закон называют законом инерции: *всякое тело сохраняет состояние относительного покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешние воздействия не изменят этого состояния.*

При отсутствии внешних воздействий тело, находившееся в движении, продолжает равномерно двигаться по прямой без изменения скорости. Это инерционное движение тела.

Под *инерцией* понимают явление, при котором тело сохраняет состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, если отсутствуют действия на него других тел. Однако проверить опытным путём первый закон мешают внешние воздействия, например: притяжение Земли, сопротивление среды, окружающей движущее тело.

Второй закон Ньютона, устанавливающий связь между динамическими и кинематическими величинами, формулируется следующим образом: *ускорение* $\vec{a}$*, приобретаемое телом под действием силы* $\vec{F}$, *пропорционально этой силе, и обратно пропорционально массе m этого тела:*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2.1)$$

Из этого закона следует, что чем больше масса тела m, тем меньшее ускорение приобретает данное тело под влиянием приложенной силы, т.е. это тело более инертно. Таким образом, масса тела характеризует инерционные свойства тела при поступательном движении и является мерой его инертности.

В практике на тело может действовать одновременно несколько сил. Однако каждая из этих сил действует независимо от других сил и сообщает телу ускорение, определяемое вторым законом Ньютона. В этом заключается принцип независимости действия сил, согласно которому можно записать:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{F}}{m}, \qquad (2.2)$$

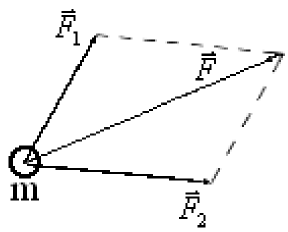

Рис. 2.1

где $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ называется *равнодействующей* (*или результирующей*) *n сил*, приложенных к телу (см. рисунок 2.1). На основе этого принципа возникает возможность разложить силу на составляющие и рассматривать их действие отдельно.

В скалярной форме второй закон можно записать так:

$$a = \frac{F}{m},$$

откуда

$$F = ma, \qquad (2.3)$$

т.е. ускорение численно равно произведению массы тела на силу.

Второй закон Ньютона можно записать и в другой форме, т.к. $\vec{a} = \dfrac{d\vec{u}}{dt}$, тогда

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{u}}{dt}, \qquad (2.4)$$

Если масса является постоянной величиной, то ее можно внести под знак дифференциала, получим

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{u}). \qquad (2.5)$$

Вектор $m\vec{u}$ называется *импульсом* или количеством движения тела и совпадает по направлению с вектором скорости $\vec{u}$, а $d(m\vec{u})$ выражает изменение вектора импульса. Уравнение (2.5) преобразуем к следующему виду:

$$\vec{F}dt = d(m\vec{u}). \qquad (2.6)$$

Вектор $\vec{F}dt$ называют импульсом силы $\vec{F}$, действующей в течение малого промежутка времени dt, он имеет с силой одно направление. Из уравнения (2.6), также являющегося выражением основного закона динамики, следует: *изменение импульса тела* (*количества движения*) *равно импульсу действующей на него силы.*

Третий закон Ньютона *утверждает, что силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны и направлены на противоположные стороны*, т.е.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2. \qquad (2.7)$$

Следует отметить, что сила $\vec{F}_1$ – это сила, с которой второе тело действует на первое, и приложена эта сила к первому телу, а $\vec{F}_2$ – это сила, с которой первое тело действует на второе, и приложена она ко второму телу, поэтому эти силы не уравновешивают друг друга.

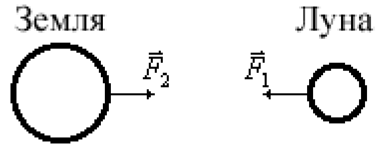

Рисунок 2.2

При взаимодействии тел наблюдается как прямое действие, так и действие на расстоянии. При прямом действии, например, при ударе молота о наковальню, сила, с которой молот действует на наковальню, равна по величине и противоположна по направлению силе, с которой наковальня действует на молот. Примером действия на расстоянии является взаимное притяжение Земли и Солнца (см. рисунок 2.2).

2.2. Закон сохранения импульса

Совокупность взаимодействующих N тел называется *системой тел*. *Внешние силы* – это силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в неё. *Внутренние силы* – это силы, возникающие в результате взаимодействия тел, входящих в систему.

Замкнутой системой тел называют систему, на которую не действуют внешние силы.

Рассмотрим замкнутую систему, состоящую из двух материальных точек. Обозначим массу первой точки m_1, её скорость до взаимодействия $\vec{u}_1$, после взаимодействия $\vec{u}_1'$, изменение скорости du_1; соответственно второй точки m_2, её скорости до и после взаимодействия $\vec{u}_2$ и $\vec{u}_2'$ и изменение скорости du_2.

Согласно второму закону Ньютона, можно записать:

$$\vec{F}_1\,dt = d(m_1\vec{u}_1) = m_1 d\vec{u}_1,$$

$$\vec{F}_2\,dt = d(m_2\vec{u}_2) = m_2 d\vec{u}_2.$$

Складывая эти уравнения, получим следующее выражение:

$$(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\,dt = m_1 d\vec{u}_1 + m_2 d\vec{u}_2.$$

Поскольку $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ – это внутренние силы системы двух материальных точек, то по третьему закону Ньютона $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Тогда выражение $(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)dt = 0$, следовательно, $m_1 d\vec{u}_1 + m_2 d\vec{u}_2 = 0$ или $d(m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2) = 0$. Поскольку дифференциал постоянной величины равен нулю, то

$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = \mathrm{const}. \qquad (2.8)$$

Последнее равенство выражает закон сохранения импульса, который формулируется следующим образом: *полный импульс замкнутой системы тел – постоянная величина, т.е. со временем не меняется или внутренние силы системы не могут изменить полного импульса замкнутой системы.*

Следовательно, если у одного из тел в замкнутой системе изменился импульс, то это могло произойти только за счёт изменения импульсов других тел этой системы. Обратите внимание, что закон сохранения импульса – это *векторный закон*.

2.3. Различные виды сил в механике

При изучении механических процессов рассматриваются различные силы, отличающиеся своим происхождением.

Гравитационное взаимодействие. Закон всемирного тяготения формулируется следующим образом: *любые две материальные точки взаимодействуют с силой, пропорциональной произведению их масс* (m_1 *и* m_2) *и обратно пропорциональной квадрату расстояния* r *между ними:*

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}. \tag{2.9}$$

Коэффициент пропорциональности γ называется *гравитационной постоянной*. Опытным путём установлено, что численное значение гравитационной постоянной равно $\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2)$.

Каждое находящееся на Земле тело массы m притягивается к Земле под действием силы, направленной к её центру и равной:

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2},$$

где M – масса Земли, R – радиус Земли, если тело находится вблизи поверхности Земли. Данную силу называют *силой тяжести* и символически записывают так: $F = mg$, где g называется ускорением свободного падения. Вблизи поверхности Земли ускорение свободного падения $g = \gamma \frac{M}{R^2}$. Из этой формулы вытекает, что ускорение свободного падения не зависит от массы и размеров тел, находящихся вблизи поверхности Земли.

Силы упругости. Под действием силы тело может деформироваться, т.е. одна его часть может смещаться относительно другой. При этом внутри деформированного тела возникает противодействующая сила равная по величине деформирующей силе и называемая *силой упругости* или *упругой силой*. Опыт показывает, что величина упругой силы, возникающей при малых смещениях от положения равновесия и смещение Δx, пропорциональны друг другу, т.е.

$$F = -k\Delta x, \tag{2.10}$$

где k – коэффициент упругости, зависящий от свойств материала тела. Это соотношение называется законом Гука. Знак минус указывает на противоположность направлений упругой силы и смещения.

В качестве примера упругого тела можно рассмотреть вертикально расположенную пружину, один конец которой закреплён, а к другому подвешивается груз. Если отпустить груз, то пружина растянется – ее длина увеличится на величину Δx (см. рисунок 2.3) $\Delta x = x_2 - x_1$.

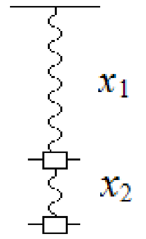

Рис. 2.3

В пружине при этом возникает упругая сила F, стремящаяся возвратить груз в исходное положение. Упругая сила всегда направлена к положению равновесия тела.

Силы трения – эти силы вызываются взаимодействием молекул соприкасающихся тел. Силы трения направлены вдоль соприкасающихся поверхностей, причем так, что они противодействуют относительному смещению этих поверхностей.

Сила трения, возникающая при скольжении сухих поверхностей относительно друг друга, не зависит от величины поверхности соприкосновения трущихся тел и оказывается пропорциональной величине силы нормального давления, прижимающей трущиеся поверхности друг к другу:

$$F_{\text{тр}} = \mu F_n, \tag{2.11}$$

где F_n – нормальная составляющая силы тяжести, μ – коэффициент трения. При движении твердых тел в жидкостях и газах возникают силы трения, зависящие от формы и размеров тела, состояния его поверхности, скорости по отношению к среде и от свойства среды, называемого вязкостью. При малых скоростях сила трения растет линейно со скоростью

$$F_{\text{тр}} = m_1 u, \tag{2.12}$$

а при больших скоростях – ее квадрату

$$F_{\text{тр}} = m_2 u^2. \tag{2.13}$$

2.4. Работа, совершаемая постоянной силой

В физике работа имеет строго определённый смысл. Если мы прикладываем к телу силу и перемещаем его на определённое расстояние, то говорят, что совершается *работа*.

Работа, совершаемая постоянной (как по величине, так и по направлению) силой при перемещении тела, определяется

$$A = FS\cos\alpha = \left(\vec{F} \times \vec{S}\right), \tag{2.14}$$

F – постоянная сила, S – результирующее перемещение, α – угол между направлениями силы и перемещения (см. рисунок 2.4).

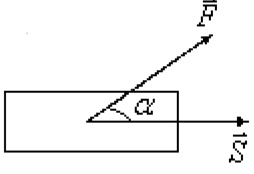

Рис. 2.4

Работа – это скалярная величина. Если вектор силы и направление перемещения образуют острый угол $\alpha\,(\cos\alpha > 0)$, то работу считают положительной. Если угол α – тупой ($\cos\alpha < 0$), то работа отрицательна. Сила может быть приложена к телу и не совершать при этом работы. Например, если вы держите в руках тяжелую сумку с продуктами и не двигаетесь, то вы не совершаете работы; вы можете устать (и действительно ваши мускулы расходуют энергию), но, поскольку сумка остается в покое (т.е. ее перемещение равно нулю), работа $A = 0$. Не совершается работа и при условии, когда угол между направлением действия силы и перемещением равен $\frac{\pi}{2}\left(\alpha=\frac{\pi}{2}\right)$, т.е. сила, действующая перпендикулярно к перемещению тела, работы не производит.

2.5. Работа, совершаемая переменной силой

Во многих случаях в процессе движения сила меняется по величине или направлению. Допустим, материальная точка движется по траектории, изображенной на рисунке 2.5, при этом в разных точках траектории сила, действующая на материальную точку различна по направлению и величине. Чтобы найти совершаемую работу в этом случае, нужно всю траектории разделить на бесконечно малые прямолинейные участки ds, на которых силу можно считать постоянной величиной. На каждом из этих малых участков совершается работа $dA = Fds\cos\alpha$, где α – это угол между вектором силы $\vec{F}$ и вектором бесконечно малого перемещения $d\vec{s}$ в данном месте траектории. Поскольку работа – это скалярная величина, то чтобы найти работу, совершенную на конечном отрезке пути s, нужно просуммировать работы, совершенные на участках ds или проинтегрировать выражение $dA = Fds\cos\alpha$. Выполняя эту операцию, получим

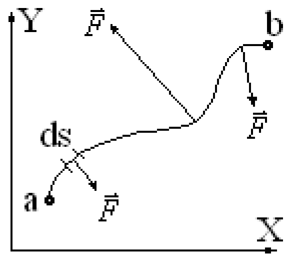

Рис. 2.5

$$A = \int_a^b F\cos\alpha ds\,. \tag{2.15}$$

Единицей измерения работы является *джоуль* (Дж). Джоуль представляет собой работу движущей силы в 1 ньютон на отрезке пути в 1 метр:

1Дж=1Н·1м

Для характеристики скорости выполнения работы вводят понятие мощности.

Мощность – это физическая величина, численно равная работе, совершенной в единицу времени:

$$N = \frac{dA}{dt} = Fu\cos\alpha\,. \tag{2.16}$$

Единица мощности – 1 ватт (Вт). Легко показать, что 1 Вт=1 Дж/с.

2.6. Энергия

Способность тела совершать работу в механике называется энергией.

Изменение энергии системы тел всегда оценивается работой, совершенной внешними силами, приложенными к системе:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = A\,. \tag{2.17}$$

Энергия измеряется в тех же единицах, что и работа.

Когда работа внешних сил положительна ($A > 0$), то энергия системы возрастает и, наоборот, если работа внешних сил отрицательна (система

совершает работу), то энергия системы убывает. Следовательно, система может совершать работу только за счет изменения своей энергии.
Различают два вида механической энергии:

1) кинетическая энергия – это энергия, которой обладают движущиеся тела;
2) потенциальная энергия – это энергия, которая характеризует взаимодействие тел или отдельных частей тела.

2.7. Кинетическая энергия

Движущееся тело может совершить работу над другим телом, с которым оно соударяется, например, движущийся молоток забивает гвоздь; летящее пушечное ядро разбивает стену и т.д. Поэтому мы говорим, что движущееся тело обладает кинетической энергией. Для того чтобы получить количественное выражение для кинетической энергии, вычислим работу, которую может совершить движущееся тело в частном случае одномерного движения. Пусть тело массой m_1 движется вдоль прямой со скоростью u_1 под действием силы *F*. Найдем выражение работы этой силы:

$$A = \int_a^b F\cos\alpha\, ds,$$

так как сила F изменяет скорость движения тела, то она сообщает ему ускорение, поэтому согласно 2-му закону Ньютона $F = m_1 a$, подставим это значение силы в выражение для работы: $A = \int_a^b F\cos\alpha\, ds = \int_a^b m_1 a\cos\alpha\, ds$, но $a\cos\alpha$ равно тангенциальному ускорению тела, так как по направлению совпадает с направлением скорости, поэтому $a\cos\alpha = a_\tau = \dfrac{du}{dt}$. Тогда выражение для работы можно записать следующим образом,

$$\begin{aligned} A &= \int_a^b F\cos\alpha\, ds = \int_a^b m_1 a\cos\alpha\, ds = \int_a^b m_1\frac{du}{dt}ds = \int_{u_{\text{нач.}}}^{u_{\text{кон.}}} m_1 u\, du = \\ &= \frac{1}{2}m_1u^2\Big|_{u_{\text{нач.}}}^{u_{\text{кон.}}} = \frac{1}{2}m_1u^2_{\text{кон.}} - \frac{1}{2}m_1u^2_{\text{нач.}} \end{aligned} \quad . \quad (2.18)$$

Величина $E_k = \dfrac{1}{2}mu^2$ называется *кинетической энергией*. Таким образом, работа численно равна изменению кинетической энергии тела, т.е. работа, совершенная над телом, всегда изменяет его кинетическую энергию:

$$A = E_{\text{кон.}} - E_{\text{нач.}} = \Delta E\,. \quad (2.19)$$

С другой стороны, можно сказать, что если у тела меняется кинетическая энергия, то тело совершает работу.

2.8. Консервативные силы

Силы можно разделить на два класса – консервативные и неконсервативные. Любая сила называется *консервативной*,

а) если она зависит только от положения тела, на которое действует;

б) если производимая силой работа над частицей, перемещающейся между любыми двумя точками в пространстве, зависит только от начального и конечного положений частицы и, следовательно, не зависит от формы ее траектории.

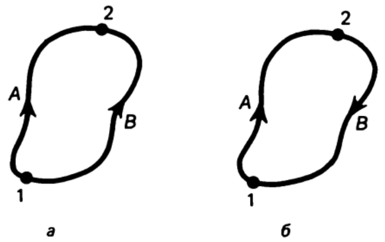

Рис. 2.6

На рисунке 2.6а – частица перемещается из точки 1 в точку 2 двумя различными путями A и B; на рисунке 2.6б – частица перемещается по замкнутому контуру из точки 1 в точку 2 по пути A и обратно из точки 2 в точку 1 по пути B.

Имеется еще одно эквивалентное определение консервативной силы: это такая сила, работа которой над телом при его перемещении по любой замкнутой траектории, когда тело возвращается в исходное положение, всегда равна нулю. Чтобы доказать это, рассмотрим частицу, перемещающуюся из точки 1 в точку 2 по двум путям, обозначенным A и B на рисунке 2.6а. Если мы предположим, что на частицу действует консервативная сила, то, согласно первому определению, работа, совершаемая ею при перемещении частицы по пути A, такая же, как и по пути B. Обозначим эту работу по перемещению частицы из точки 1 в точку 2 через W. Пусть теперь частица движется по замкнутому пути (см. рисунок 2.6б). Из точки 1 в точку 2 частица движется по пути A, причем сила совершает работу W. Далее частица возвращается из точки 2 в точку 1 по пути B. Какую работу совершает при этом сила? При перемещении частицы из точки 1 в точку 2 по пути B производится работа, которая по определению равна $\int FdS$. При обратном движении частицы из точки 2 в точку 1 сила F в каждой точке та же самая, что и при перемещении из точки 1 в точку 2, но при этом направление dS меняется на обратное. Следовательно, в каждой точке произведение FdS имеет противоположный знак, т.е. работа на обратном пути из точки 2 в точку 1 равна $(-W)$. Таким образом, полная работа, совершаемая при перемещении частицы из точки 1 в точку 2 и обратно, равна $W+(-W)=0$, что доказывает определение консервативной силы.

К неконсервативным силам относится сила трения. Работа, совершаемая при перемещении тяжелого ящика вдоль горизонтального пола, равна произведению силы трения на полный путь, пройденный ящиком, поскольку сила трения в каждой точке траектории направлена точно против движения. Следовательно, работа силы трения при перемещении тела из одной точки в другую вдоль прямой, соединяющей эти точки, меньше, чем работа, совершаемая при перемещении тела по искривленной траектории, например по полуокружности.

Консервативными являются сила тяжести и сила упругости. Рассмотрим работу, совершаемую силой тяжести.

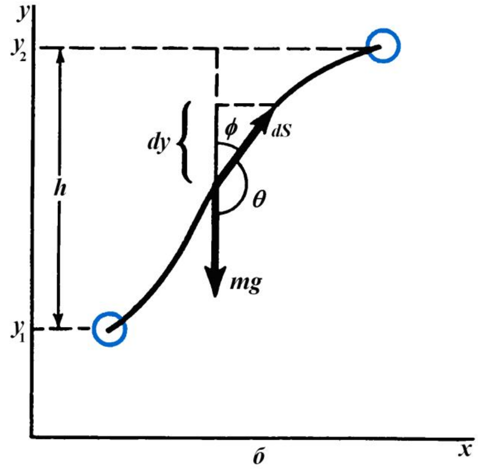

Рис. 2.7

Предположим, что тело перемещается по некоторой произвольной траектории в плоскости xy (см. рисунок 2.7б). Оно начинает движение в точке с вертикальной координатой (высотой) y_1 и достигает высоты y_2, причем $y_2 - y_1 = h$. С помощью формулы (2.15) вычислим работу A_g, совершаемую в этом процессе силой тяжести:

$$A_g = \int_1^2 F_g dS = \int_1^2 mg\cos\theta dS .$$

Обозначим через $\phi = 180^\circ - \theta$ угол между вектором перемещения dS и его вертикальной составляющей dy, как показано на рисунке 2.6,б. Учитывая, что $\cos\theta = -\cos\phi$ и $dy = dS\cos\phi$, находим

$$A_g = -\int_{y_1}^{y_2} mgdy = -mg(y_2 - y_1) .$$

Поскольку $y_2 - y_1 = h$ – высота по вертикали, мы видим, что работа зависит только от высоты и вовсе не зависит от конкретно выбранной траектории.

2.9. Потенциальная энергия

Потенциальная энергия связана с взаимным расположением взаимодействующих тел и также как кинетическая энергия может измеряться работой, которую может совершить система, переходя из одного состояния в другое. Поскольку потенциальная энергия отражает взаимодействие тел или отдельных частей тел, то при вычислении работы необходимо учитывать природу силы, за счет которой осуществляется взаимодействие. Поэтому количественное выражение потенциальной энергии для различных сил будет разным.

Найдем выражение потенциальной энергии для упруго сжатой (упруго растянутой) пружины. В этом случае потенциальная энергия зависит от взаимного расположения отдельных частей тела (например, от расстояния между соседними витками пружины). Для того чтобы найти потенциальную энергию упруго сжатой пружины, необходимо вычислить работу, которая была затрачена на накопление этой энергии. Так как упругая сила зависит от степени сжатия или растяжения $F = -k\,dx$, то выражение для работы при перемещении тела $ds = dx$ можно записать:

$$A = \int F\cos\alpha ds = \int_{x_2}^{x_1} -kxdx\,. \tag{2.20}$$

Интегрируя последнее выражение от начального значения растяжения x_2 до конечного значения растяжения x_1, получаем

$$A = \int_{x_2}^{x_1} -kxdx = \left(\frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}\right) = -(U_2 - U_1)\,, \tag{2.21}$$

где $U = \dfrac{kx^2}{2}$ – выражение потенциальной энергии пружины.

Потенциальной энергией обладают и тела, поднятые над поверхностью Земли. Для поднятия тела массы m на высоту h необходимо совершить работу (при условии, что $u = \mathrm{const}$)

$$A = F \times s\cos\alpha = mgh\,, \tag{2.22}$$

данная работа пойдет на увеличение энергии системы тело-Земля, т.е.

$$A = -(U_2 - U_1)\,.$$

Считая, что в состоянии, когда тело находилось на поверхности Земли, потенциальная энергия системы $U_1 = 0$, получим $A = U_2$. Таким образом, потенциальная энергия тела, поднятого на высоту h над поверхностью Земли, равна

$$U = mgh\,. \tag{2.23}$$

При выводе данной формулы предполагалось, что ускорение свободного падения является величиной постоянной.

Следует отметить, что значение потенциальной энергии зависит от выбора нулевого уровня, т.е. уровня, на котором потенциальная энергия равна нулю.

При вычислении потенциальной энергии упругой пружины рассматривалась работа, совершаемая внутренними силами системы. Поэтому при определении потенциальной энергии поднятого тела над Землей также целесообразно перейти к внутренним силам системы. При поднятии тела над Землей скорость движения тела постоянна, значит внешняя сила $F = (-mg)$, т.е. для внутренних сил системы (в данном случае внутренней силой является сила тяжести) совершенная работа будет отрицательной.

Таким образом, работа, совершенная внутренними силами системы, и изменение потенциальной энергии связаны следующим образом:

$$A = -(U_2 - U_1) = -\Delta U\,. \tag{2.24}$$

2.10. Закон сохранения энергии

Для вывода закона сохранения энергии рассмотрим простейший случай свободного падения тела. В данном случае система состоит из двух тел: падающего тела и земли. На тело в данном случае будет действовать только сила тяжести mg. Под действием этой силы тело приобретает ускорение, т.е. его скорость падения по мере приближения к Земле будет увеличиваться, а это означает, что сила тяжести совершает работу, которая идет на изменение кинетической энергии тела

$$A = \Delta E . \qquad (2.25)$$

Также за счет силы тяжести происходит изменение взаимного расположения тела по отношении к Земле, т.е. изменяется потенциальная энергия тела. Согласно равенству (2.24)

$$A = -\Delta U . \qquad (2.26)$$

Поскольку работа совершена одной и той же силой, то можно записать следующее равенство

$$\Delta E = -\Delta U \qquad (2.27)$$

или

$$\Delta(E + U) = 0 , \qquad (2.28)$$

откуда

$$W = E + U = \text{const} . \qquad (2.29)$$

Величина W, равная сумме кинетической и потенциальной энергий, называется полной механической, или просто энергией тела. Полученное соотношение (2.29) выражает закон сохранения энергии тела. Этот закон формулируется следующим образом: *при движении тела под действием консервативной силы кинетическая и потенциальная энергии переходят одна в другую, но их сумма остается неизменной в изолированной системе тел.*

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. ИНЕРЦИЯ – ЭТО

1) мера инертности тела во вращательном движении
2) явление, при котором тело сохраняет состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, если отсутствуют действия на него других тел
3) явление, при котором тело сохраняет состояние равномерного прямолинейного движения под действием силы
4) явление, при котором тело сохраняет состояние равномерного ускоренного движения под действием силы

2. ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА ФОРМУЛИРУЕТСЯ

1) всякое тело не сохраняет состояние относительного покоя или равномерного прямолинейного движения
2) всякое тело сохраняет состояние равномерного прямолинейного движения под действием силы

3) всякое тело сохраняет состояние относительного покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешние воздействия не изменят этого состояния.

4) всякое тело сохраняет состояние относительного покоя под действием силы тяжести

3. ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ОТСЧЕТА ЯВЛЯЕТСЯ СИСТЕМА,

1) в которой тело движется без ускорения

2) в которой тело получает ускорение только под действием других тел

3) которая движется со скоростью, много меньшей скорости света

4) которая движется со скоростью равной скорости света

4. ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА ФОРМУЛИРУЕТСЯ

1) ускорение, приобретаемое телом под действием силы, пропорционально этой силе и обратно пропорционально массе этого тела

2) ускорение, приобретаемое телом под действием силы, пропорционально этой силе и массе этого тела

3) ускорение, приобретаемое телом под действием силы, пропорционально массе этого тела и обратно пропорционально этой силе

4) ускорение, приобретаемое телом под действием силы, пропорционально квадрату этой силы и обратно пропорционально массе этого тела

5. ИМПУЛЬС ТЕЛА – ЭТО

1) векторная физическая величина, характеризующая меру механического движения тела и равная произведению массы тела на квадрат скорости его движения

2) скалярная величина, характеризующая количество механического движения тела и равная произведению массы тела на скорость его движения

3) векторная физическая величина, характеризующая меру механического движения тела и равная произведению массы тела на скорость его движения

4) скалярная величина, характеризующая количество механического движения тела и равная произведению квадрату массы тела на скорость его движения

6. ТЕЛО ПОКОИТСЯ НА НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ. СИЛА ТРЕНИЯ, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ТЕЛО, НАПРАВЛЕНА

1) вдоль плоскости вверх

2) сила трения равна нулю

3) вдоль плоскости вниз

4) параллельно плоскости

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. При подвешивании к пружине груза массой 2 кг ее удлинение составило 0,04 м. Чему равен коэффициент жесткости пружины? Принять $g = 10$ м/с^2.
2. Чему равна равнодействующая двух сил, действующих на тело, по 10 Н каждая, направленных под углом 120° друг к другу?
3. Два шара с одинаковыми массами m и одинаковыми скоростями υ движутся навстречу друг другу. Чему равен полный импульс такой системы?
4. Определите, с какой скоростью будет двигаться тело, если оно обладает кинетической энергией 50 Дж и импульсом 20 кг·м/с?
5. Согласно упрощенной модели сердца млекопитающего, при каждом сокращении около 20 г крови ускоряется от скорости 0,25 м/с до скорости 0,35 м/с за время 0,10 с. Какова при этом величина силы, развиваемая сердечной мышцей?
6. Женщина массой 48 кг поднимается по лестнице на высоту 4,5 м. Какую работу при этом она совершает?

ГЛАВА 3. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Многие тела способны колебаться, или осциллировать: груз на конце пружины, камертон, колесико балансира в часах, маятник, пластмассовая линейка, крепко прижатая одним концом к краю стола, струны гитары или фортепиано. Пауки обнаруживают попавшую в их сети добычу по дрожанию паутины, корпус автомобиля колеблется вверх-вниз на рессорах, когда автомобиль проезжает неровности, дома и мосты дрожат при проезде тяжелых грузовиков и даже при сильном ветре. *Почти все материальные предметы колеблются* (*хотя бы недолго*), *после того как на них подействует импульс силы*. На атомном уровне атомы колеблются в молекулах, а в твердом теле атомы совершают колебания относительно своих фиксированных положений в решетке. Колебательное движение имеет огромную важность, поскольку оно широко распространено и встречается во многих разделах физики. Его не следует рассматривать как какой-то «новый» раздел физики, поскольку механика Ньютона дает полное описание колебаний механических систем.

В общем случае *колебательными процессами или колебаниями называются процессы, точно или приблизительно повторяющиеся через одинаковые промежутки времени.*

Свободными, или собственными, называются такие колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе, под действием внутренних сил самой системы, после того, как система была выведена из положения равновесия. Равнодействующую внутреннюю силу, под действием которой происходит колебательный процесс, называют возвращающей силой, так как она стремится тело или материальную точку, отклоненную от положения равновесия, вернуть в это положение. Собственные колебания являются самыми распространенными в теории колебательных процессов. *Вынужденными называются колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы.* Условия возникновения и характер вынужденных колебаний существенно зависят от характера собственных колебаний.

3.1. Гармонические колебания

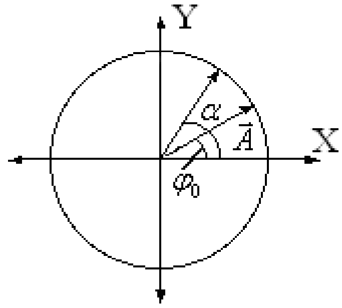

Рис. 3.1

Примером самых простых собственных колебаний являются гармонические колебания.

Гармонические колебания представляют собой периодический процесс, в котором изменение величины происходит по закону синуса (*или косинуса*). Пусть движение материальной точки описывается радиус-вектором $\vec{A}$ и пусть точка совершает равномерное движение по кругу с угловой скоростью вращения ω (см. рисунок 3.1). Тогда проекции радиус-вектора $\vec{A}$ на осях x и y можно записать следующим образом:

$$x = A\sin a = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$y = A\cos a = A\cos(\omega t + \varphi_0)\,. \qquad (3.0)$$

Таким образом, изменение проекций вектора $\vec{A}$ на осях x и y происходит по законам синуса и косинуса. Поэтому движение по окружности является гармоническим колебательным движением.

В формулах (3.0) величины x и y называются *смещением*. Смещение равно расстоянию колеблющейся точки от положения равновесия в произвольный момент времени.

Наибольшее смещение колеблющейся точки от положения равновесия называется *амплитудой колебаний*, в выражении (3.0) – это величина A.

За один оборот колеблющаяся точка вернется в свое первоначальное положение, а проекция ее радиус-вектора совершит одно полное колебание.

Периодом колебаний (T) называется время, в течение которого материальная точка совершит одно полное колебание.

Частотой колебаний (ν) называется число полных колебаний, совершенных в единицу времени. Период и частота колебаний связаны следующим соотношением:

$$\nu = \frac{1}{T},$$

$$\omega = 2\pi\nu\,,$$

где ω – *круговая* (или *циклическая*) *частота гармонических колебаний.*

Циклическая частота колебаний связана с периодом колебаний и частотой

$$w = \frac{2p}{T} = 2pn\,.$$

Частоту ν измеряют в *герцах,* размерность [Гц]=1/сек.

Переменная $\omega t + \varphi_0$ является аргументом синуса и косинуса и *называется фазой колебания*; параметр φ_0 *называется начальной фазой.* Начальная фаза показывает положение колеблющейся точки в начальный момент времени.

3.2. Скорость и ускорение гармонического колебания

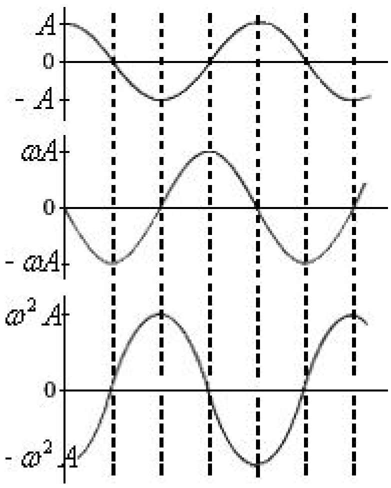

Рисунок 3.2

Пусть смещение колеблющейся точки определяется законом

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) \qquad (3.1)$$

Тогда, согласно законам механики, скорость движения этой точки определяется первой производной смещения по времени:

$$u = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega \sin\left[\omega t + \varphi_0 + \frac{p}{2}\right], \qquad (3.2)$$

т.е. скорость изменяется по гармоническому закону, опережая смещение x по фазе на $\pi/2$. В положении равновесия скорость материальной точки достигает своего максимального значения $u_{\max} = A\omega$.

Ускорение, так же как и в механике, определяется первой производной скорости по времени:

$$a = \frac{du}{dt} = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \sin\left[\omega t + \varphi_0 + p\right] \qquad (3.3)$$

и также, как и скорость, изменяется по гармоническому закону, опережая смещение по фазе на π.

Графики смещения, скорости и ускорения гармонического осциллятора изображены на рисунке 3.2. Обратите внимание на то, что скорость отличается по фазе от смещения на $\pi/2$, а ускорение – на π.

3.3. Колебания пружины

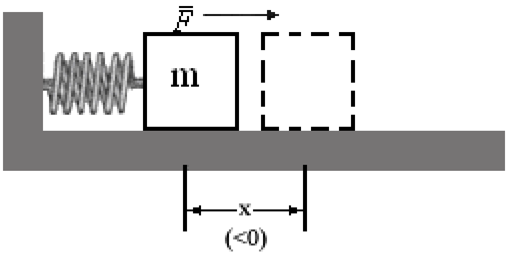

Рис. 3.3

Рассмотрим колебания груза на конце пружины. Многие другие виды колебательных движений проявляют большое сходство с этими колебаниями; например, колебания, происходящие в системе кровообращения, дыхания, сокращения мышц. Поэтому мы разберем этот пример подробно. Будем считать, что массой пружины можно пренебречь и, что пружина установлена горизонтально, как показано на рисунке 3.3.

К одному концу пружины прикреплен груз массой m, который движется без трения по горизонтальной поверхности. Любая пружина имеет определенное значение длины, при котором с ее стороны на груз не действует сила; в этом случае говорят, что пружина находится в *положении равновесия*.

Если сдвинуть груз вправо, растягивая пружину, или влево, сжимая ее, то пружина действует на груз с силой, которая стремится вернуть его в положение равновесия; такую силу называют возвращающей. Для нашей системы возвращающая сила F прямо пропорциональна расстоянию x, на которое сжимается или растягивается пружина (см. рисунок 3.3):

$$F = -kx. \tag{3.4}$$

Знак минус означает, что возвращающая сила всегда противоположна по направлению перемещению x. Если на рисунке 3.3 мы направим ось, например, вправо, заметим, что положение равновесия мы выбрали в точке $x = 0$. Когда пружину сжимают, сила направлена вправо (см. рисунок 3.3), а перемещение x – влево. Постоянная величина k в формуле (3.4) называется *жесткостью пружины*.

Что же произойдет, если пружину растянуть на длину $x = A$ и затем отпустить? Пружина действует на груз с силой, которая стремится вернуть его в положение равновесия. Но поскольку эта сила сообщает грузу ускорение, груз приходит в положение равновесия со значительной скоростью. Заметим, что в положении равновесия сила, действующая на груз, уменьшается до нуля, а скорость его в этой точке максимальна (см. рисунок 3.2). Когда груз, проскочив положение равновесия, движется влево, сила со стороны пружины замедляет его, и в точке $x = (-A)$ груз на мгновение останавливается, а затем начинает двигаться в противоположном направлении, пока не придет в точку $x = A$, откуда он начал движение, т.е. груз совершил одно полное колебание. Затем весь этот процесс повторяется.

Уравнение второго закона Ньютона для груза на пружине имеет вид:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx.$$

Преобразуем это уравнение следующим образом:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \tag{3.5}$$

Коэффициент при смещении x положителен, поэтому его можно представить в следующем виде:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}. \tag{3.6}$$

Применяя в уравнении (3.5) обозначения (3.6), получим:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \tag{3.7}$$

Таким образом, движение груза под действием силы вида (3.4) описывается линейным, однородным дифференциальным уравнением второго порядка.

Легко убедиться, что общее решение уравнения (3.7) имеет вид:

$$y = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{3.8}$$

Смещение x изменяется со временем по закону косинуса. Следовательно, движение системы, находящейся под действием силы $F = -kx$, представляет собой гармоническое колебание. Из уравнения (3.8) следует, что введенный коэффициент ω_0 представляет собой частоту колебаний и называется *собственной частотой колебаний* системы, находится по формуле:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{3.9}$$

3.4. Полная энергия собственных гармонических колебаний

Выясним, как изменяется со временем кинетическая E_k и потенциальная U энергия гармонического колебания на примере упругой пружины. Кинетическая энергия равна [см. выражения (2.18) и (3.2)]

$$E_k = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0). \tag{3.10}$$

Потенциальная энергия выражается формулой [см. выражения (2.21) и (3.1)]

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \tag{3.11}$$

Складывая (3.9) (3.10) , с учетом соотношения (3.6) получим:

$$\begin{aligned} W = E_k + U &= \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{kA^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= \frac{mA^2\omega_0^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} + \frac{mA^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \\ &= \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\left[\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)\right] = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \frac{kA^2}{2}. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Из соотношения (3.12) видно, что полная энергия свободных колебаний равна максимальной потенциальной энергии или максимальной кинетической энергии гармонических колебаний и прямо пропорциональна массе колеблющейся точки m, квадрату амплитуды A^2 и квадрату частоты колебания.

3.5. Сложение колебаний, направленных вдоль одной прямой

Возможны случаи, когда на тело действуют несколько упругих сил. Каждая из этих сил заставляет тело совершать гармоническое колебание. При одновременном воздействии этих сил тело одновременно будет участвовать во всех этих движениях. Примером может служить барабанная перепонка, одновременно воспринимающая множество звуковых колебаний. В этом случае, чтобы найти результирующее движение, необходимо сложить колебания.

Рассмотрим случай, когда тело одновременно участвует в двух колебаниях с одинаковыми частотами, но разными амплитудами и начальными фазами:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01}),$$
$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{01}).$$

Результирующее колебание также является гармоническим и определяется суммой смещений

$$x = x_1 + x_2.$$

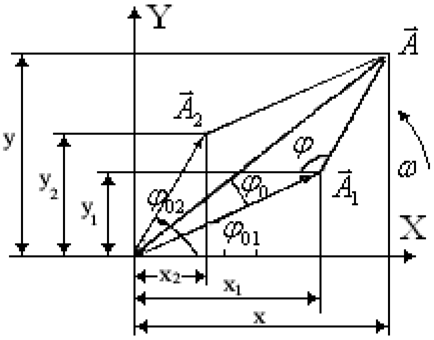

Рис. 3.4

Для определения результирующего смещения применяется векторный метод сложения колебаний (см. рисунок 3.4), так как любое гармоническое колебание можно описать с помощью радиус-вектора, модуль которого равен амплитуде колебания (см. раздел 3.1).

Угол φ отсчитывается от положительного направления оси O*X*. На рисунке 3.4 изображены положения векторов $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ в начальный момент $t = 0$, т.к. векторы вращаются с одинаковой угловой скоростью, то и их результирующий вектор $\vec{A}$ будет вращаться с той же угловой скоростью, т.е. результирующее движение также будет гармоническим с круговой частотой ω:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Амплитуду этого колебания можно найти по теореме косинусов:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\gamma,$$

$\cos\gamma = \cos[\pi - (\varphi_{02} - \varphi_{01})] = -\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$, следовательно амплитуда запишется в следующем виде

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\gamma}. \qquad (3.13)$$

Начальную фазу φ_0 результирующего колебания можно определить из начальных условий:

$$tg\varphi_0 = \frac{y}{x} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}}. \qquad (3.14)$$

Анализируя уравнение (3.13), видим, что при сложении одинаково направленных колебаний возможны следующие случаи:

1. если разность фаз равна четному числу π, т.е.

$$\varphi_{02} - \varphi_{01} = 2k\pi,$$

где $k = 0,1,2,...$ (можно считать, что $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 0$), то колебания совпадают по фазе и усиливают друг друга. В этом случае

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 + A_2)^2},$$
$$A = A_1 + A_2,$$

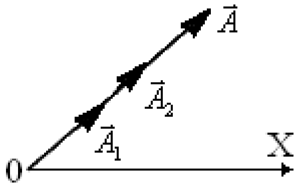

Рис. 3.5

т.е. результирующая амплитуда равна сумме амплитуд составляющих колебаний (см. рисунок 3.5).

2. При разности фаз, равной нечетному числу π

$$\varphi_{02} - \varphi_{01} = (2k+1)\pi, \quad \cos(2k+1)\pi = -1,$$
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2},$$
$$A = A_1 - A_2, \qquad (3.15)$$

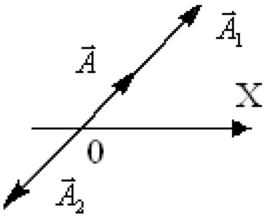

Рис. 3. 6

т.е. колебания ослабляют друг друга и результирующая амплитуда равна разности амплитуд складываемых колебаний (см. рисунок 3.6). При $A=0$, т.е. если амплитуды складываемых колебаний одинаковы и колебания совершаются в противофазе, то колебания гасят друг друга.

3. Если складываемые колебания имеют одинаковые амплитуды ($A_1 = A_2$), но частоты складываемых колебаний не одинаковы, то результирующее колебание не будет гармоническим.

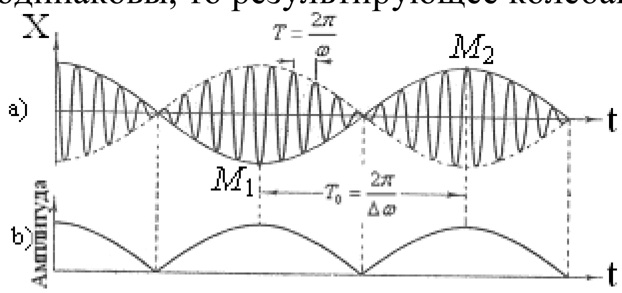

Рис. 3.7

Особый интерес представляет случай, когда два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте $\omega_1 \approx \omega_2$. Результирующее колебание при этих условиях можно рассматривать как гармоническое колебание с пульсирующей амплитудой (см. рисунок 3.7). Такие колебания называются *биениями*. График изменения амплитуды со временем показан на рисунке 3.7б.

3.6. Затухающие колебания

В реальных условиях на тело со стороны окружающей среды действуют силы трения, препятствующие движению. На преодоление сил трения расходуется энергия. Поэтому энергия колеблющегося тела уменьшается и, следовательно, уменьшается амплитуда колебаний, т.е. колебания становятся затухающими [см. уравнение (3.12)].

Запишем второй закон Ньютона для реальных условий:

$$\vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a},$$

поскольку все силы действуют вдоль одной линии, то в скалярном виде уравнение движения будет иметь вид: $F_{\text{упр}} - F_{\text{тр}} = ma$.

При небольших скоростях движения сила трения пропорциональна скорости и направлена противоположно ей, поэтому

$$F_{\text{тр}} = -\mu u = -\mu \frac{dx}{dt},$$

где μ – коэффициент трения. Тогда второй закон Ньютона запишется:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \mu x$$

перенесем все члены уравнения в левую часть и разделим на m:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\mu}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0. \qquad (3.16)$$

Получили дифференциальное уравнение затухающих колебаний, общее решение которого будет иметь следующий вид:

$$A = A_0 e^{-\alpha t}\cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (3.17)$$

где ω – круговая частота затухающих колебаний:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2. \quad (3.18)$$

Выражение (3.17) является уравнением затухающих колебаний. Оно отличается от гармонического колебания тем, что амплитуда колебания $A = A_0 e^{-\alpha t}$ с течением времени уменьшается (см. рисунок 3.8). Пунктиром на этом рисунке изображена зависимость амплитуды от времени.

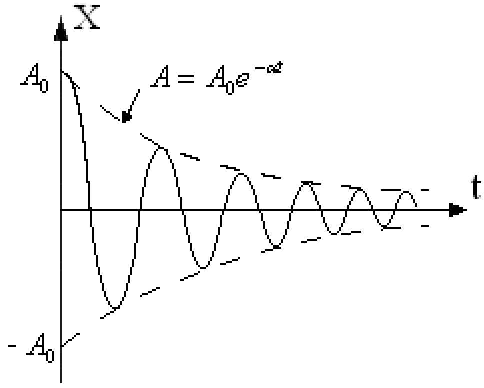

Рис. 3.8

$\alpha = \dfrac{\mu}{2m}$ – называют *коэффициентом затухания*, чем больше коэффициент затухания α, тем быстрее затухают колебания. На практике степень затухания характеризуется логарифмическим декрементом затухания. *Логарифмический декремент затухания* λ – это натуральный логарифм отношения двух амплитуд затухающего колебания, отличающихся на один период:

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln\frac{A_0 e^{-\alpha t}}{A_0 e^{-\alpha(t+T)}} = \ln e^{\alpha T} = \alpha T.$$

Физический смысл логарифмического декремента затухания заключается в том, что это величина, обратная числу колебаний, после которых амплитуда уменьшается в e раз:

$$\lambda = \frac{1}{N_e},$$

где N_e – число колебаний, которое успевает совершить колеблющееся тело за время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

С увеличением трения частота колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ уменьшается, а период $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ соответственно увеличивается. При равенстве коэффициента затухания α частоте собственных колебаний $\alpha = \omega_0$, частота затухающих колебаний $\omega = 0$, а $T \to \infty$, движение становится *апериодическим*, т.е., при большом трении выведенное из равновесия тело затем медленно возвращается к положению равновесия, колебания не возникают.

3.7. Вынужденные колебания

Вынужденными называются колебания, которые возникают в системе под действием постоянно действующей внешней силы, которая изменяется по периодическому закону, например,

$$F = F_0 \cos(\Omega t + \varphi), \quad (3.19)$$

где F_0 – амплитуда вынуждающей силы, Ω – частота, с которой изменяется вынуждающая сила. Тогда второй закон Ньютона запишется в виде

$$\vec{F}_{упр} + \vec{F}_{тр} + \vec{F} = m\vec{a}.$$

В скалярном виде $F_{\text{упр}} + F_{\text{тр}} + F = ma$. Пусть сила трения равна нулю $F_{\text{тр}} = 0$, тогда

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + F_0\cos(\Omega t + \varphi), \qquad (3.20)$$

разделив уравнение (3.20) на *m*, и переноcя члены с *x* в левую часть, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega x = F_0\cos(\Omega t + \varphi) \qquad (3.21)$$

это неоднородное дифференциальное уравнение 2-го порядка для вынужденных колебаний, поэтому его решение имеет вид

$$x = A\cos(\Omega t + \varphi). \qquad (3.22)$$

При действии вынуждающей силы тело будет колебаться с частотой вынуждающей силы. Значение амплитуды в уравнении (3.22) определяется следующим образом:

$$A = \frac{F_0}{m(\omega_0^2 - \Omega^2)}.$$

Видно, что амплитуда колебаний зависит не только от амплитуды вынуждающей силы, но и от разности квадратов собственной частоты и частоты вынуждающей силы. Графически эта зависимость представлена на рисунке 3.9. Отдельные кривые на графике соответствуют различным значениям параметра α (коэффициента затухания), чем меньше коэффициент затухания α, тем выше и правее лежит максимум данной кривой.

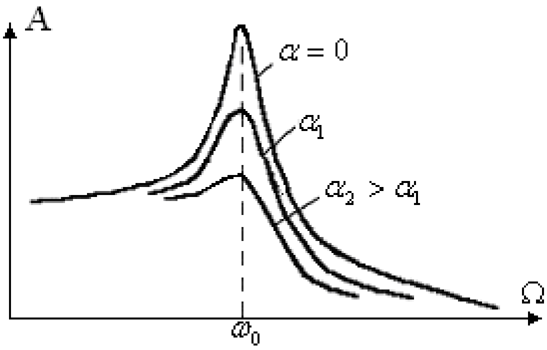

Рис. 3.9

При равенстве частоты вынуждающей силы и частоты собственных колебаний $\Omega = \omega_0$ амплитуда колебаний резко возрастает, и стремиться к бесконечности $A \to \infty$. Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении частоты вынуждающей силы с собственной частотой системы называется *резонансом.* В реальных условиях наличие трения ограничивает возрастание амплитуды. С увеличением трения уменьшаются и амплитуда колебаний, и резонансная частота.

Резонанс может быть как полезным, так и вредным явлением. Вредное действие резонанса связано с изменениями, которые он может вызвать, например, действие инфразвука на внутренние органы человека. С другой стороны, наличие резонанса позволяет обнаружить даже очень слабые колебания.

3.8. Механические волны

Процесс распространения колебаний в среде называется *волной*. Распространение механических колебаний в среде объясняется наличием силовых связей в веществе. Частицы среды, в которой распространяется волна, не переносятся волной, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению, в котором распространяется волна, различают *продольные и поперечные волны.* В продольной волне частицы среды колеблются вдоль направления распространения волны, поэтому чаще всего продольные волны представляют собой распространения сжатия или растяжения (например, пружины), сгущения или разряжения. В поперечной волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны (например, если дергать за закрепленную за один конец веревку, то по ней будут распространяться поперечные волны).

Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к данному моменту времени, называется *фронтом волны.* Таким образом, фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченного в волновой процесс. Фронт волны все время перемещается в пространстве, оставаясь перпендикулярным распространению волны.

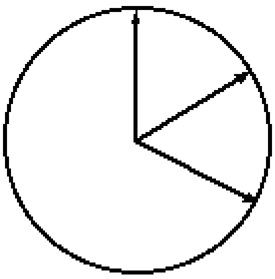

Рис. 3.10

Возьмем точечный источник колебаний и рассмотрим распространение колебаний, вызванных этим источником в однородной, изотропной среде. Очевидно, что в этом случае колебания будут распространяться во всех направлениях с одинаковой скоростью, то фронт волны будет иметь форму сферы, такую волну называют *сферической* (см. рисунок 3.10).

Если фронт волны представляет собой плоскость, то волну называют *плоской*.

Уравнением волны называется зависимость смещения колеблющейся точки от координат и времени:

$$\psi = f(x, y, z, t).$$

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся вдоль оси x. Каждая точка среды совершает гармонические колебания, которые можно описать законом:

$$\psi = A\cos(\omega t + \varphi).$$

До точки с произвольной координатой x возмущение дойдет через время τ, равное $\tau = x/u$, где u – скорость распространения волны. Следовательно, колебания этой точки будут запаздывать. Уравнение бегущей волны будет отличаться от уравнения колебаний, и для плоской волны будет иметь вид:

$$\psi = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]. \qquad (3.23)$$

Величина ψ представляет собой смещение любой из точек среды с координатой x в некоторый фиксированный момент времени t (предполагается, что потерь энергии в среде нет, тогда амплитуда у всех точек одинакова). Выражение $\left[\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right)+\varphi\right]$ называется *фазой волны*. Поскольку функция ψ является периодической функцией, то фаза волны повторяется через 2π. График зависимости, представленный уравнением (3.23) представляет как бы моментальную фотографию смещений колеблющихся точек волны в данный момент времени (см. рисунок 3.11).

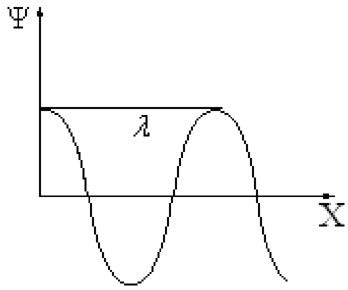

Рис. 3.11

Расстояние между двумя ближайшими точками, колеблющимися в одинаковых фазах, называется *длиной волны* и обозначается λ.

Периодом волны T называется время одного полного колебания ее точек.

Скорость волны u определяется скоростью распространения колебаний от одной точки среды к другой. Скорость распространения волны связана с длиной волны λ и периодом T следующим образом: $u=\dfrac{\lambda}{T}$.

3.9. Звук

Если упругие волны, распространяющиеся в воздухе, имеют частоту в пределах примерно от 16 до 20000 Гц, то достигнув человеческого уха, они вызывают ощущение звука.

При рассмотрении звука можно выделить три основных аспекта. Во-первых, должен существовать источник звука; причем, как и для любой другой волны, источником звуковой волны являются колебания тела. Во-вторых, энергия переносится от источника звука в виде продольных звуковых волн, и, в-третьих, звук регистрируется (воспринимается) нашим ухом или прибором.

Обычно считают, что звук распространяется в воздухе, потому что, как правило, именно, воздух контактирует с нашими барабанными перепонками, и его колебания заставляют совершать эти перепонки колебания. Однако звуковые волны могут распространяться и в других веществах. Удары двух камней друг о друга пловец может слышать, находясь под водой, поскольку колебания передаются уху водой. Если приложить ухо к земле, то можно услышать приближение поезда или трактора. В этом случае земля не воздействует непосредственно на ваши барабанные перепонки. Однако продольную волну, распространяющуюся в земле, называют звуковой волной, поскольку ее колебания приводят к колебаниям воздуха во внешнем ухе. Действительно, продольные волны, распространяющиеся в любой материальной среде, часто называют звуковыми. Очевидно, звук не может распространяться в отсутствие вещества. Например, нельзя услышать звон колокола, находящегося внутри сосуда, из которого откачан воздух.

Скорость звука в различных веществах имеет разные значения. В воздухе при температуре 0°С и давлении 1атм звук распространяется со скоростью 331,3 м/с. Скорость звука зависит от модуля упругости и плотности вещества. В жидкостях и твердых телах, которые значительно менее сжимаемы и, следовательно, имеют большие модули упругости, скорость распространения звука соответственно больше, чем в газах.

Частоты колебаний звуковых волн лежат в пределах от 16 Гц до 20000 Гц. Если частоты колебаний ниже 16 Гц, то такие волны называют *инфразвуком*, выше 20000 Гц – *ультразвуковые волны*.

3.10. Особенности инфразвуков и ультразвуков

Опыт показывает, что инфразвуковые волны затухают слабо. Поэтому ослабление инфразвуковой волны вызвано только перераспределением энергии по возрастающему фронту волны, если волна близка к сферической. Если же источником является ветровое волнение моря, где длина фронта волны составляет сотни метров, то здесь интенсивность инфразвуковой волны мало меняется с расстоянием. По-видимому, у рыб и морских животных имеется чувствительность к инфразвукам, благодаря чему они чувствуют приближение, шторма. Мощные инфразвуковые волны, возникающие при шторме, практически без затухания распространяются в море на расстояния в сотни и тысячи километров и сигнализируют о его приближении.

Ультразвуковые волны отличаются от обычного слышимого звука большой частотой колебаний, поэтому длина волны ультразвука значительно меньше длины волны звука. Благодаря малой длине волны, ультразвуковые волны не дифрагируют (раздел 11.3). Поэтому они могут быть получены в виде направленных пучков, подобных пучкам света. Отражение и преломление ультразвуковых волн происходит по законам, аналогичным законам отражения и преломления света (раздел 10.1).

Интенсивность ультразвуковой волны пропорциональна квадрату амплитуды волны и квадрату частоты колебаний, поэтому ультразвуковые волны имеют большую интенсивность. Высокая частота позволяет получить волны с интенсивностями до 100 Вт/см^2=10 кВт/м^2. При таких больших интенсивностях ультразвуковая волна влияет на свойства вещества и ход технологических процессов. Если в жидкости распространяется ультразвук большой интенсивности, то большие напряжения в моменты разряжения могут приводить к образованию пустот, т.е. к разрывам жидкости. Это явление называется *кавитацией.* Развитию кавитации способствуют пузырьки газа, всегда имеющиеся в жидкостях. Огромное давление, которое развивается, когда захлопывается кавитационный пузырек, можно использовать для дробления и размельчения различных веществ. После обработки ультразвуком размеры частиц твердого тела, находящегося в жидкости, существенно уменьшаются, и смесь (суспензия) становится более однородной. Помещая, ультразвуковой преобразователь в сосуд, в котором находятся две несмешивающиеся жидкости (например, вода и масло), получим через некоторое время однородную эмульсию с размерами частиц от долей микрометра до нескольких микрометров. Этот эффект может быть использован для получения новых типов лекарств путем создания водной эмульсии нерастворимых лекарственных веществ.

Действие ультразвука существенно ускоряет процессы, связанные с проникновением жидкости в пористые среды, что в свою очередь ускоряет многие химические и технологические процессы.

Также в медицине при помощи ультразвука осуществляют сварку сломанных костей, диагностические исследования и т.д. Биологическое действие ультразвука (приводящее к гибели микробов) позволяет использовать его для стерилизации лекарственных веществ, а также медицинских инструментов.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОИСХОДЯТ ПОД ДЕЙСТВИЕМ

1) упругой силы
2) консервативной силы
3) возвращающей силы
4) периодической силы

2. РЕЗОНАНС НАСТУПАЕТ

1) если колебания не затухают
2) если частота собственных колебаний совпадает с частотой вынуждающей силы
3) если совпадают периоды колебаний действующей силы и колеблющегося тела
4) при большом количестве повторений колебаний

3. КОЛЕБАНИЯ ЧАСТИЦ СРЕДЫ В ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНЕ СОВЕРШАЮТСЯ В НАПРАВЛЕНИЯХ

1) во всех направлениях
2) в направлении распространения волны
3) перпендикулярно направлению распространения волны
4) перпендикулярно ходу луча.

4. ПЕРИОД ВОЛНЫ – ЭТО

1) время колебаний точек волны
2) время одного полного колебания точек волны
3) время распространения волны в пространстве
4) время распространения волны между двумя ближайшими точками.

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Скорость звука в воздухе равна 340 м/с. Ухо человека имеет наибольшую чувствительность на длине волны 17 см. Определите частоту этой волны.
2. Как изменится период колебаний математического маятника,если его длина уменьшится в 9 раз?
3. Тело, подвешенное на пружине, совершает гармонические колебания с частотой ω. С какой частотой происходитизменение потенциальной энергии упругой деформации пружины?
4. При свободных колебаниях груза на пружине максимальноезначение его потенциальной энергии 20 Дж, максимальноезначение кинетической энергии 20Дж. Чему равна полная механическая энергия груза?
5. Дельфины испускают ультразвуковые волны с частотой 250000 Гц. Определите длину волны такого звука а) в воде; б) в воздухе. Считайте, что температура равна 20 °С.

ГЛАВА 4. ЖИДКОСТИ

Общим свойством для жидкостей и газов является то, что эти среды имеют одинаковые свойства в различных направлениях. Вследствие этого внешнее давление, производимое на жидкость или газ, передается во все стороны равномерно (закон Паскаля).

Различают два основных типа течений жидкостей и газов. Если течение плавное и смежные слои как бы скользят друг относительно друга, то его называют ламинарным, или слоистым. Характерная особенность ламинарного течения в том, что каждая частица жидкости (газа) движется по гладкой траектории и траектории разных частиц не пересекаются (см. рисунок 4.1,а). Когда скорость течения превышает определенный предел, зависящий от ряда факторов, течение становится турбулентным. Турбулентное течение характеризуется наличием беспорядочных маленьких «водоворотов», называемых вихрями (см. рисунок 4.1,6). Вихри поглощают огромное количество энергии, и хотя внутреннее трение, называемое вязкостью, существует и в ламинарном течении, в турбулентном течении вязкость оказывается значительно большей. Ламинарное течение легко отличить от турбулентного. Если капнуть в движущуюся жидкость немного чернил или пищевой краски, то она мгновенно окрасит всю жидкость при турбулентном течении. Как для ламинарного, так и для турбулентного течения можно выделить важнейшие характеристики: 1) жидкость (газ) можно рассматривать либо как сжимаемую, либо как несжимаемую среду; 2) вязкость, или внутреннее трение, имеет место в любом течении жидкости (газа), однако вязкостью часто можно пренебречь. В начале мы будем рассматривать невязкое (идеальное) течение, а затем уже изучим влияние вязкости; 3) течение может быть установившимся (стационарным). Скорость такого течения в любой точке пространства не изменяется во времени (это не значит, что она не может быть разной в различных точках пространства). Если скорость в данной точке изменяется со временем, то такое течение называется нестационарным. Нас будут интересовать, главным образом, стационарные течения; 4) течение может быть вихревым и безвихревым. В безвихревом течении полный момент импульса жидкости относительно любой точки равен нулю. Иначе говоря, если бы мы ввели куда-либо в течение крошечную вертушку с лопастями, то она не стала бы вращаться. Если бы вертушка закрутилась, как в воронке или водовороте, то течение было бы вихревым (турбулентным).

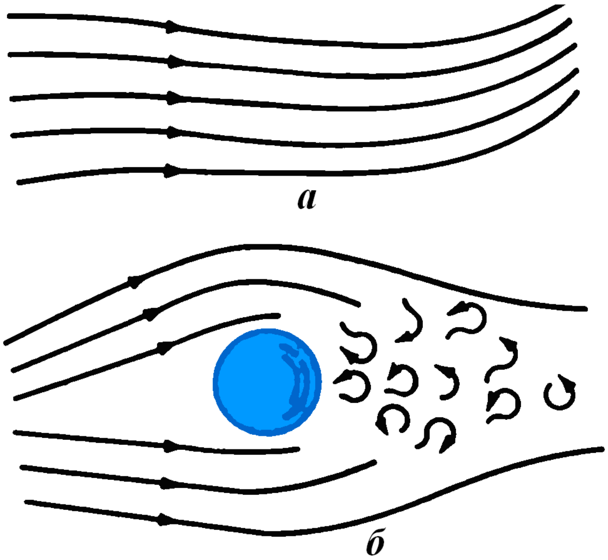

Рис. 4.1: *а* – ламинарное течение; *б* – турбулентное течение

4.1. Линии и трубки тока

В установившемся ламинарном потоке жидкости (газа) траектория, по которой движется данная частица, называется линией тока (см. рисунок 4.1а). Скорость жидкости в любой точке направлена по касательной к линии тока (см. рисунок 4.2). Линии тока не пересекаются друг с другом, так как в противном случае в точке их пересечения скорость оказалась бы неоднозначной. Часть жидкости (газа), ограниченная линиями тока, как показано на рсиунке 4.3, называют трубкой тока.

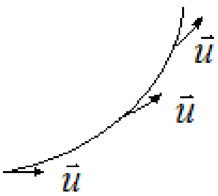

Рис. 4.2

Рассмотрим стационарное течение жидкости. Вектор скорости в каждой точке пространства с течением времени будет оставаться постоянным. Вектор скорости, будучи в каждой точке касательным к линии тока, будет касательным и к поверхности трубки тока; следовательно, частицы жидкости при своем движении не пересекают стенок трубки тока. Если за время Δt в трубку тока вошел объем жидкости V, то такой же объем жидкости за такое же время должен выйти из трубки тока.

За промежуток времени Δt переместившиеся объемы жидкости таковы:

$$V_1 = S_1 u_1 \Delta t ,$$

$$V_2 = S_2 u_2 \Delta t ,$$

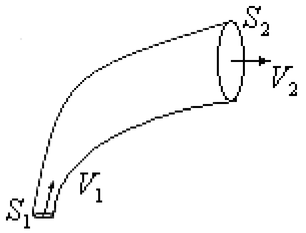

Рис. 4.3

где u_1 и u_2 – скорости течения жидкости в сечениях S_1 и S_2 – соответственно, поскольку объемы одинаковы $V_1 = V_2$, то $S_1 u_1 = S_2 u_2$. Данное уравнение, выведенное для двух сечений потока несжимаемой жидкости, называется *уравнением непрерывности*.

В общем случае для идеальной жидкости в стационарных условиях произведение скорости на поперечное сечение трубки тока остается неизменным в любом сечении трубки, т.е. уравнение непрерывности имеет вид:

$$S u = \text{const}.$$

Из уравнения непрерывности следует, что в более узких сечениях трубки тока скорость течения жидкости должна быть больше, чем в широких сечениях. Мы знаем, что капиллярное русло в системе кровообращения имеет достаточно большую площадь сечения, поэтому в капиллярном русле скорость течения крови будет заметно меньше, чем в артериях.

4.2. Уравнение Бернулли. Давление в потоке жидкости

В стационарном потоке идеальной жидкости вырежем часть тонкой трубки тока с сечениями S_1 и S_2. Во входном сечении S_1 давление p_1, скорость u_1 и высота сечения над произвольным уровнем h_1; в выходном сечении S_2 соответственно p_2, u_2, h_2 (см. рисунок 4.4).

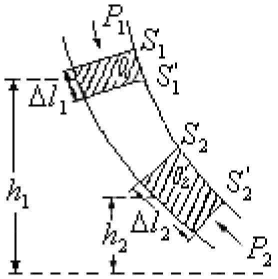

Рис. 4.4

За промежуток времени Δt масса входящей в выбранную часть тонкой трубки тока жидкости равна массе жидкости, выходящей из этой части трубки.

Масса жидкости m, протекающей за время Δt через сечение S_1, имеет кинетическую энергию, равную $mu_1^2/2$, и потенциальную энергию mgh_1. В результате действия сил давления на сечения S_1 и S_2 со стороны слоев жидкости, находящихся слева от S_1 и справа от S_2, производится работа:

$$A = p_1 S_1 \Delta l_1 - p_2 S_2 \Delta l_2,$$

где Δl_1 – путь, который проходит столб жидкости массой m за время Δt, путь $\Delta l_1 = u_1 \Delta t$ в сечении S_1, а в сечении S_2 путь $\Delta l_2 = u_2 \Delta t$. Следовательно, работа A, совершаемая потоком жидкости, равна:

$$A = p_1 S_1 u_1 \Delta t - p_2 S_2 u_2 \Delta t$$

Полная энергия потока жидкости, протекающего за время Δt через входное сечение S_1, будет равна:

$$W_1 = \frac{mu_1^2}{2} + mgh_1,$$

а через сечение S_2:

$$W_2 = \frac{mu_2^2}{2} + mgh_2 .$$

Изменение полной энергии жидкости равно работе, совершенной внешними силами, т.е.

$$\frac{mu_2^2}{2} + mgh_2 - \frac{mu_1^2}{2} - mgh_1 = p_1 S_1 u_1 \Delta t - p_2 S_2 u_2 \Delta t . \qquad (4.1)$$

Согласно уравнению непрерывности струи, объемы, входящие в S_1 за время Δt и выходящие через S_2, одинаковы, поэтому можно записать:

$$S_1 u_1 \Delta t = S_2 u_2 \Delta t = V .$$

Разделив левую и правую части уравнения (4.1) на объем V и используя формулу плотности $\rho = m / V$, получаем для двух различных сечений трубки тока:

$$\frac{\rho u_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho u_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 ,$$

т.е. для каждого сечения трубки тока справедливо выражение:

$$\frac{\rho u^2}{2} + \rho g h + p = const , \qquad (4.2)$$

выражение (4.2) называется *уравнением Бернулли*. Слагаемое p называется статическим давлением, $\rho g h$ – гидростатическим давлением, а $\frac{\rho u^2}{2}$ – *динамическим давлением*.

В качестве следствий из уравнения Бернулли рассмотрим два случая: горизонтальное течение жидкости и истечение жидкости из отверстия.

1. При горизонтальном течении жидкости все части трубки тока лежат на одном уровне, значит $h = const$, поэтому в уравнении (4.2) выражение $\rho g h$ можно перенести в правую сторону и объединить с константой, и тогда:

$$\rho \frac{u^2}{2} + p = const ,$$

т.е. при горизонтальном течении жидкости сумма динамического и статического давлений при отсутствии трения не изменяется или статическое давление невязкой жидкости увеличивается там, где уменьшается скорость ее течения и наоборот. Рассмотрим горизонтально расположенную трубку с переменным сечением (см. рисунок 4.5). Из уравнения непрерывности следует, что в суженном участке трубки будет самая большая скорость, поэтому статическое давление на этом участке будет самым маленьким; можно добиться того что оно будет меньше атмосферного давления, и тогда струя протекающей по трубке жидкости может оказывать всасывающее действие (водоструйный насос, ингаляторы).

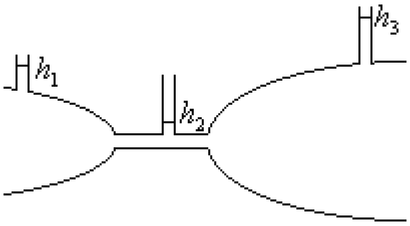

Рис. 4.5

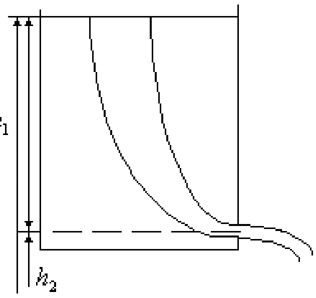

Рис. 4.6

2. Применим уравнение Бернулли (4.2) к случаю истечения жидкости из небольшого отверстия в широком открытом сосуде (см. рисунок 4.6). При этом будем считать, что внешнее давление (например, атмосферное) неизменно. Выделим в жидкости трубку тока, имеющую своим сечением с одной стороны открытую поверхность жидкости в сосуде, а с другой стороны – отверстие, через которое вытекает жидкость.

В сечении, расположенном на поверхности жидкости, скорость одинакова по всему сечению и равна 0. В сечении, через которое жидкость вытекает, ее скорость везде одинакова и равна u. Статическое давление в том и другом сечении равно атмосферному давлению. Применительно к данному случаю уравнение (4.2) можно записать в следующем виде:

$$\rho g h_1 = \frac{\rho u^2}{2} + \rho g h_2,$$

где u – скорость истечения жидкости из отверстия малого сечения. Сокращая на ρ и введя $h = h_1 - h_2$ – высоту открытой поверхности жидкости над отверстием, получаем:

$$\frac{u^2}{2} = gh,$$

откуда:

$$u = \sqrt{2gh}, \tag{4.3}$$

выражение (4.3) называется *формулой Торричелли*.

Таким образом, скорость истечения жидкости из отверстия, расположенного на глубине h под открытой поверхностью, совпадает со скоростью, которую приобретает любое тело, падая с высоты h. Следует помнить, что этот результат получен в предположении, что жидкость идеальна. Для реальных жидкостей скорость истечения меньше, причем тем меньше, чем больше вязкость жидкости. Формула (4.3) справедлива как для боковых, так и для донных отверстий и не зависит от угла наклона выходного отверстия.

Формула Торричелли, например, позволяет правильно оценить высоту расположения сосуда с лекарственным препаратом при его введении в вену.

Ингалятор. Этот прибор используют для введения в область носоглотки лекарственных средств в распыленном виде (см. рисунок 4.6а).

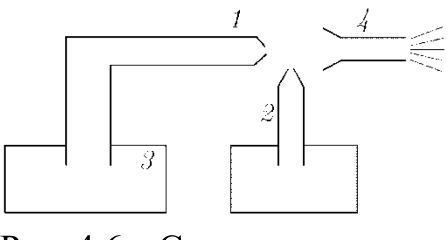

Рис. 4.6а. Схема ингалятора

Ингалятор состоит из двух трубок, расположенных под прямым углом. Горизонтально расположенная трубка имеет на конце сужение (1). Чуть ниже этого конца располагается верхний конец вертикальной трубки (2), нижний конец которой опущен в сосуд с жидким препаратом (3). В горизонтальную трубку подается пар. При прохождении суженного конца скорость пара возрастает, а давление падает. В область пониженного давления засасывается препарат, который распыляется струей пара. В результате образуется смесь пара, воздуха и капелек препарата, которая через патрубок (4) поступает к пациенту.

4.3. Поверхностное натяжение

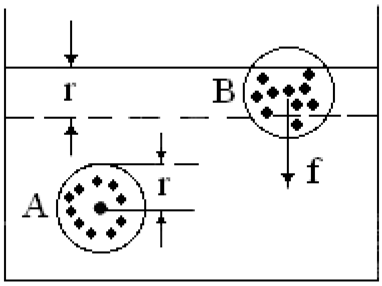

Рис. 4.7

Силы взаимодействия молекул быстро убывают с расстоянием. Поэтому можно считать, что каждая молекула взаимодействует только с теми, которые лежат внутри сферы радиуса r – сферы молекулярного действия с центром в данной молекуле (см. рисунок 4.7).

Если некоторая молекула A находится глубоко внутри жидкости, то силы, действующие на нее со стороны других молекул, взаимно компенсируются. Иначе обстоит дело с молекулами, находящимися у поверхности жидкости. Концентрация молекул в паре над жидкостью гораздо меньше, чем в жидкости. Поэтому на молекулу B, лежащую в верхнем слое жидкости, действует некоторая сила притяжения f, направленная внутрь жидкости. Таким образом, на каждую молекулу, лежащую на расстоянии меньше r, от поверхности жидкости, со стороны других молекул действует сила, направленная внутрь жидкости. Следовательно, весь поверхностный слой находится в особом состоянии: он оказывает на жидкость давление, подобное давлению упругой пленки. В соответствии с этим молекулы поверхностного слоя обладают дополнительной потенциальной энергией.

Перемещение молекулы из поверхностного слоя вглубь жидкости сопровождается совершением работы, причем потенциальная энергия, которой обладала молекула в поверхностном слое, переходит в кинетическую энергию молекулы. Наоборот, переход молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой требует затраты работы на преодоление силы f (см. рисунок 4.7). Работа совершается молекулой за счет ее кинетической энергии. Потенциальная энергия молекулы, попавшей в поверхностный слой, увеличивается.

В жидкости при заданных внешних условиях устанавливается равновесие, при котором число молекул в поверхностном слое с течением времени не меняется. Если же по тем или иным причинам поверхность жидкости увеличивается, то некоторое число молекул перейдет из глубины жидкости в поверхностный слой. Для этого нужно затратить внешнюю работу dA, которая пропорциональна увеличению площади поверхности dS, т.е.

$$dA = -\sigma\, dS$$

знак минус показывает, что увеличение поверхности происходит только при совершении работы внешними силами.

Коэффициент σ, характеризующий свойства поверхности жидкости, называется *коэффициентом поверхностного натяжения*. Он измеряется работой, необходимой для увеличения поверхности жидкости, при постоянной температуре на единицу площади.

В системе СИ коэффициент поверхностного натяжения имеет размерность [Дж/м^2].

Работа, затраченная на увеличение площади поверхности жидкости, приводит к увеличению потенциальной энергии поверхности жидкости, т.е. потенциальная энергия пропорциональна площади S поверхностного слоя. Всякая система стремится к состоянию с минимальной энергией. В свободном состоянии жидкость стремится к тому, чтобы ее поверхность была минимальна (капельки свободной жидкости всегда имеют форму сферы).

Молекулы поверхностного слоя находятся в среднем на больших расстояниях друг от друга, чем молекулы внутри жидкости. Жидкость в поверхностном слое всегда находится в растянутом, напряженном состоянии, и поэтому на границу свободной поверхности жидкости действует сила поверхностного натяжения жидкости, направленная касательно к поверхности жидкости и нормально к свободной поверхности:

$$F = \sigma L,$$

где L – длина контура, ограничивающего поверхность жидкости. Коэффициент поверхностного натяжения определяется и через силу поверхностного натяжения. Тогда второе определение коэффициента поверхностного натяжения можно сформулировать так: коэффициент поверхностного натяжения численно равен силе поверхностного натяжения, действующей на единицу длины контура, ограничивающего поверхность жидкости.

С ростом температуры взаимодействие молекул жидкости несколько ослабляется, так как при увеличении кинетической энергии молекул жидкость «разрыхляется» и среднее расстояние между молекулами возрастает. Поэтому с увеличением температуры величина коэффициента поверхностного натяжения σ должна уменьшаться. В том же направлении должно действовать и возрастание плотности насыщенного пара с повышением температуры.

4.4. Смачивание и несмачивание

При рассмотрении молекулярной картины поверхностного слоя жидкости мы отмечали, что молекулы жидкости, расположенные на поверхности, разделяющей жидкость и газ (воздух или пар этой жидкости), почти не притягиваются молекулами газа (концентрация молекул газа слишком мала). Если же среда, с которой граничит рассматриваемая жидкость, достаточно плотная, то пренебрегать взаимодействием ее молекул с молекулами жидкости нельзя. Из-за этого коэффициенты поверхностного натяжения данной жидкости, граничащей с различными средами, могут значительно различаться между собой. Например, при комнатной температуре коэффициент поверхностного натяжения воды на границе вода-бензол $\sigma = 0{,}033$, а на границе вода-эфир $\sigma = 0{,}012$, на границе воды с собственным паром $\sigma = 0{,}073$ Н/м.

Поверхностное натяжение на границе различных сред играет важную роль в разнообразных поверхностных явлениях. Рассмотрим поверхностные явления, возникающие при соприкосновении жидкости с твердым телом. Если жидкость находится в сосуде, то, кроме свободной поверхности, существует еще граница раздела между жидкостью и твердым телом – стенками сосуда. Молекулы жидкости, соприкасающиеся со стенкой сосуда, взаимодействуют со своими ближайшими соседями, как жидкости, так и твердого тела. Если сила взаимодействия молекулы жидкости с молекулой жидкости больше силы взаимодействия молекулы жидкости с молекулой твердого тела, то результирующая сила направлена вглубь жидкости (см. рисунок 4.8).

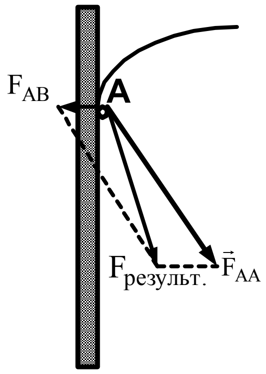

Рис. 4.8

Такую жидкость называют *несмачивающей*. Свободная поверхность жидкости у краев стенки сосуда будет выпуклой. Если сила взаимодействия молекулы жидкости с молекулой жидкости меньше силы взаимодействия молекулы жидкости с молекулой твердого тела, то результирующая сила, действующая на молекулу жидкости, находящуюся у стенки твердого тела, направлена вглубь твердого тела, т.е. молекула жидкости как бы прилипает к твердому телу. Такие жидкости называют смачивающими (см. рисунок 4.9). Свободная поверхность жидкости у краев стенки сосуда будет вогнутой.

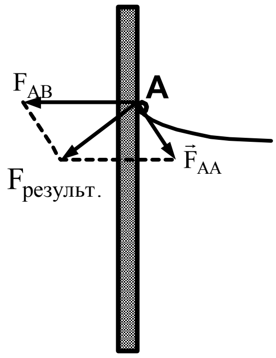

Рис. 4.9

Количественной оценкой смачивания служит краевой угол. *Краевым углом* называется угол *Q*, составленный стенкой сосуда и касательной к поверхности жидкости, проведенной из точки пересечения поверхности жидкости со стенкой сосуда. Угол отсчитывается всегда вовнутрь жидкости (см. рисунок 4.10). При смачивании твердого тела жидкостью краевой угол лежит в пределах: $0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$. Полное смачивание бывает тогда, когда краевой угол равен нулю $Q = 0$.

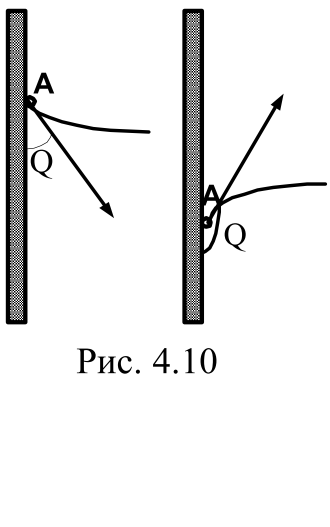

Рис. 4.10

Если жидкость является несмачивающей, то краевой угол лежит в пределах $\frac{\pi}{2} \le Q \le \pi$. Полное несмачивание бывает в том случае, когда краевой угол равен π.

4.5. Зависимость молекулярного давления от кривизны поверхности жидкости

Взаимодействие частиц жидкости с частицами твердого тела влияет на форму поверхности жидкости, налитой в сосуд. У стенок сосуда поверхность жидкости искривлена (см. рисунки 4.8, 4.9). В узких трубках (капиллярах) или в узком зазоре между двумя стенками искривлена вся поверхность жидкости. Если жидкость смачивает стенки, поверхность имеет вогнутую форму (см. рисунок 4.11а), если не смачивает, то выпуклую (см. рисунок 4.11б). Изогнутые поверхности жидкости в сосудах называются менисками. Благодаря действию сил поверхностного натяжения давление внутри жидкости будет отличаться на некоторую величину Δp от внешнего давления газа или пара над поверхностью жидкости.

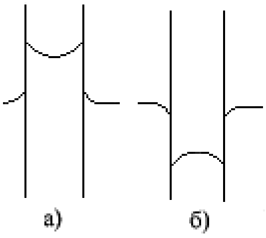

Рис. 4.11

Оценим величину дополнительного давления в случае сферического поверхностного слоя. Выделим на поверхности сферы малый сферический сегмент. Силы поверхностного натяжения, приложенные к контуру этого сегмента, направлены по касательной к сферической поверхности (см. рисунок 4.12). К элементу контура Δl, изображенному жирной дугой, приложена сила Δf, равная по абсолютной величине $\Delta f = \sigma \Delta l$.

Найдем составляющую Δf_1 этой силы, параллельную радиусу кривизны ОС. Из рисунка имеем $\Delta f_i = \Delta f \sin\varphi = \sigma \Delta l \sin\varphi$.

Именно эта составляющая и создает добавочное давление. Мы нашли составляющую силы поверхностного натяжения, действующую на элемент контура Δl. Полная сила, приложенная к контуру и создающая добавочное давление, очевидно, равна сумме всех сил, действующих на отдельные элементы контура

$$\Delta f_1 = \sum \Delta f_i = \sigma \sin\varphi 2\pi r$$

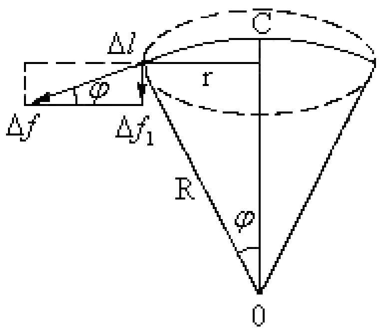

Рис. 4.12

Из рисунка 4.12 следует, что $\sin\varphi = r / R$, а значит:

$$f_1 = \sigma 2\pi r^2 / R.$$

Добавочное давление Δp получим, разделив силу f_1 на площадь сегмента πr^2:

$$\Delta p = f_1 / \pi r^2 = 2\sigma / R. \quad (4.4)$$

Соотношение (4.4) дает величину добавочного давления под сферической поверхностью и носит название *формулы Лапласа*. В случае вогнутой поверхности жидкости результирующая сила поверхностного натяжения направлена из жидкости в газ (пар). В этом случае $\Delta p = -2\sigma / R$, т.е. давление внутри жидкости под вогнутой поверхностью меньше, чем в газе над поверхностью жидкости на величину Δp.

4.6. Капиллярные явления

В узких трубках (капиллярах) вследствие смачивания или несмачивания жидкостью стенок капилляра кривизна поверхности жидкости (т.е. мениск) становится значительной. Возникающее при этом дополнительное давление Δp вызывает заметное поднятие или опускание уровня жидкости.

Рассмотрим для примера случай круглого капилляра радиуса r, погруженного в большой сосуд с жидкостью, не смачивающей стенки капилляра. При этом внутри капилляра образуется мениск, и под действием дополнительного давления Δp жидкость в капилляре опускается на некоторую глубину, как показано на рисунке 4.13. В широком сосуде благодаря действию силы тяжести можно считать поверхность жидкости практически плоской. В узкой трубке, напротив, можно пренебречь действием сил тяжести по сравнению с силами поверхностного натяжения, и поверхность жидкости можно считать сферой радиуса R. Из рисунка 4.13 видно, что

$$R = \frac{r}{\cos\theta},$$

где θ – краевой угол на границе жидкость – твердая стенка.

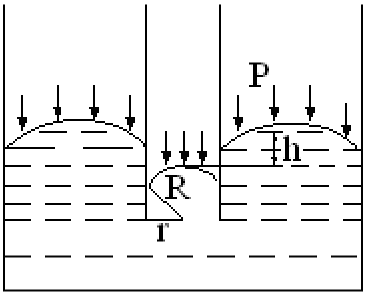

Рис. 4.13

На уровне поверхности жидкости в капилляре давление в жидкости равно:

$$p + \Delta p = p + \frac{2\sigma}{R},$$

где p – внешнее давление в газе. По закону сообщающихся сосудов оно должно быть равно полному давлению на том же уровне в широком сосуде

$$p + \rho g h,$$

где $\rho g h$ – гидростатическое давление столба жидкости плотности ρ на глубине h. Приравнивая, получим:

$$p + \frac{2\sigma}{R} = p + \rho g h,$$

откуда

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R} = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}.$$

Точно такое же выражение получится и для высоты поднятия жидкости, смачивающей стенки капилляра радиуса r. При полном смачивании (например, вода-стекло) $\theta = 0$, радиус мениска равен радиуса капилляра и высота поднятия жидкости равна

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}.$$

Капиллярные явления играют большую роль в медицине. Чтобы жидкость не только втягивалась в капилляр, а вообще проникала в поры, необходим малый краевой угол. При большой величине краевого угла предметы будут оставаться сухими. Ниже приведены примеры, которые демонстрируют роль капиллярности и смачивания.

1. Системы, где нужен малый краевой угол (желательно при большом поверхностном натяжении): кровь на бинтах (гигроскопичность ваты), капли от насморка на слизистой оболочке носа, слюна на пище. Растворитель для краски на сухом порошке красителя, жидкая краска на окрашиваемых поверхностях (различные цвета таблеток) и т.д.

2. Системы, где нужен большой краевой угол: вода на стеклах очков (мелкие капли быстрей испаряются), защитные крема и т.д.

4.7. Поверхностно-активные вещества

Многие вещества понижают поверхностное натяжение жидкостей. Такие вещества называются *поверхностно-активными* (мыло, масляная кислота).

Для достижения минимума поверхностной энергии поверхностно-активное вещество должно концентрироваться у поверхности жидкости или твердого тела. Увеличение концентрации растворенных веществ, понижающих поверхностное натяжение у поверхности жидкости или твердых тел, называется *адсорбцией*. Она может происходить не только на свободной поверхности жидкости, но и на поверхности соприкосновения двух жидкостей или на поверхности раздела жидкости и твердого тела. Для адсорбции необходимо только, чтобы растворенное вещество понижало поверхностное натяжение на данной поверхности. Тела, на поверхности которых концентрируются поверхностно-активные вещества, называются адсорбентами.

Простейшими поверхностно-активными веществами по отношению к воде являются спирты, жирные кислоты и их соли.

4.8. Явления переноса

Если молекулы жидкости или газа отличаются одна от другой какой-либо характерной величиной (массой, импульсом, энергией и др.), причем распределение молекул по значениям указанной характеристики неоднородно, то вследствие теплового движения эта величина «переносится» из одного места в другое. В результате возникает поток рассматриваемой величины (массы, импульса, энергии), обусловливающей ряд явлений, называемых явлениями переноса.

Вязкость (внутреннее трение). Рассмотрим поток жидкости или газа, в котором скорость течения жидкости u во всех точках одинакова по направлению, но меняется по величине вдоль перпендикуляра к скорости υ. Мы выберем направление этого перпендикуляра вдоль оси x (см. рисунок 4.14); тогда скорость является функцией от координаты x: $u = u(x)$. Можно сказать, что поток разделяется на параллельные между собой слои, движущиеся с различной скоростью, но параллельно друг другу.

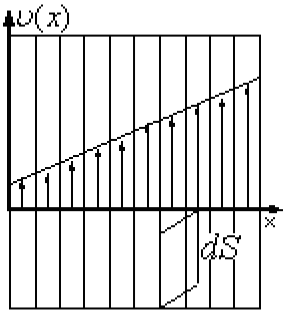

Рис. 4.14

Вследствие теплового движения молекулы переходят из одного слоя в другой, перенося с собой импульс ($m\upsilon$) своего направленного движения. В результате возникает процесс переноса импульса из тех слоев, где скорость потока больше, в те слои, где она меньше и наоборот. За счет переноса импульса от быстрых слоев к медленным слоям и наоборот происходит изменение импульса слоев (быстрые слои замедляются, медленные – ускоряются). Второй закон Ньютона утверждает, что изменение импульса может происходить только под действием импульса силы: $\vec{F}\Delta t = \Delta m\vec{u} = \Delta\vec{\mathrm{K}}$. Значит, между слоями существуют силы, и называются они силами внутреннего трения. А процесс, приводящий к выравниванию скоростей течения различных слоев, *называется внутренним трением, или вязкостью.*

Основное уравнение, описывающее силу внутреннего трения, выглядит следующим образом:

$$F = -\eta \frac{du}{dx} dS$$

и носит название *уравнения Ньютона*. В уравнение входит коэффициент η, который называется *коэффициентом вязкости*. Из уравнения Ньютона следует, что коэффициент вязкости равен:

$$\eta = \frac{F}{\frac{du}{dx} dS},$$

т.е. коэффициент вязкости – это физическая величина, численно равная силе, действующей между слоями жидкости, площадь соприкосновения которых равна 1, и градиент скоростей между которыми также равен 1. Величина $\frac{du}{dx}$ называется *градиентом скоростей*. Градиент скоростей показывает изменение скорости течения жидкости в направлении, перпендикулярном направлению течения жидкости.

Вязкость жидкости обычно во много раз больше, чем вязкость газа. С ростом температуры вязкость жидкости быстро падает, а вязкость газа медленно возрастает.

Для многих жидкостей вязкость зависит только от температуры и давления. Эти жидкости называются *ньютоновскими*.

Неньютоновскими жидкостями являются жидкости, у которых при постоянной температуре и давлении вязкость зависит от градиента скорости и других факторов. К неньютоновским жидкостям относятся кровь, высокодисперсные суспензии.

Вязкость жидкости определяет силу сопротивления жидкости движению в ней тел. Таким образом, сила сопротивления движению шарика радиуса r при малых скоростях движения находится по уравнению Стокса

$$F = 6\pi r\eta u.$$

Эта сила прямо пропорциональна вязкости среды η и скорости движения шарика u. Замеряя скорость шарика, можно найти вязкость среды.

Перенос молекул вещества за счет теплового движения из области, где концентрация вещества больше, в область с меньшей концентрацией называется *диффузией*. В результате диффузии происходит выравнивание концентраций. Масса вещества, диффундировавшего через площадку ΔS за время Δt, определяется *законом Фика*:

$$\Delta M = -D\frac{dC}{dx}\Delta S\Delta t,$$

где C – концентрация диффундирующих молекул, $\frac{dC}{dx}$ – градиент этой концентрации, D – коэффициент диффузии, который зависит от свойств диффундирующего вещества и условий, в которых оно находится.

Обратим внимание, что чем выше температура жидкости, тем меньшее число колебаний совершает молекула в положении равновесия до своего перескока, тем интенсивнее процесс диффузии и тем выше величина D. Однако коэффициенты диффузии в жидкости все же имеют порядок 10^{-5}см^2/с, что во много раз меньше, чем в газах.

Явление *теплопроводности* заключаетс в том, что молекулы от более горячего слоя с температурой T_1, где они имеют большую кинетическую энергию, проникают в более холодный слой с температурой T_2 и переносят при этом свою кинетическую энергию, что создает поток тепла Q. Закон теплопроводности установлен Фурье:

$$\Delta Q = -\chi\frac{dT}{dx}\Delta S\Delta t,$$

где χ – коэффициент теплопроводности, $\frac{dT}{dx}$ – градиент температур. Коэффициент теплопроводности не зависит от давления, но зависит от температуры, приближенно можно считать, что $\chi \approx \sqrt{T}$.

4.9. Ламинарное и турбулентное течение жидкости

Ранее уже обсуждалось, что наблюдается два течения жидкости или газа: ламинарное течение жидкости и турбулентное. Обычно ламинарное течение жидкости устанавливается в трубках с гладкими стенками без резких изменений площади сечений и резких изгибов трубки. При нарушении этих условий и при высоких скоростях течения жидкости, течение жидкости переходит в турбулентное, т.е. вихревое (см. рисунок 4.1). При вихревом течении скорость течения жидкости будет разной в разных точках спирали, значит, будут наблюдаться местные изменения давления в жидкости, вызывающие колебательные движения частиц, сопровождающиеся звуковыми явлениями (шум, журчание), благодаря этому турбулентное течение легко обнаруживается.

Английский ученый Рейнольдс установил, что характер течения зависит от значения безразмерной величины:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho u D}{\eta}, \qquad (4.5)$$

где ρ – плотность жидкости или газа, u – средняя по сечению трубы скорость потока, η – коэффициент вязкости жидкости, D – характерный для поперечного сечения размер, например, сторона квадрата при квадратном сечении, радиус при круглом сечении.

Величина Re называется *числом Рейнольдса*. При малых значениях числа Рейнольдса наблюдается ламинарное течение жидкости. Начиная с некоторого определенного значения Re, называемого критическим, течение приобретает турбулентный характер. Если в качестве характерного размера для круглой трубы взять ее диаметр, то критическое значение числа Рейнольдса оказывается примерно 2000. Характер течения различных жидкостей или газов в трубах разных сечений будет совершенно одинаков, если каждому течению соответствует одно и то же значение числа Рейнольдса.

4.10. Формула Пуазейля

Объем жидкости, протекающей через поперечное сечение круглой трубы в единицу времени при ламинарном течении, зависит от вязкости жидкости, разности давлений и размеров трубки, по которой течет жидкость. Обозначим dQ – объемную скорость жидкости, эта скорость равна объему жидкости, протекающему через поперечное сечение трубки в единицу времени:

$$dQ = \frac{dV}{dt}. \qquad (4.6)$$

Найдем связь между линейной и объемной скоростями жидкости. Выделим в трубке небольшой объем в форме цилиндра, площадь поперечного сечения этого цилиндра равна dS, а длина равна dl, тогда объем этого цилиндра $dV = dS\,dl$. Длину цилиндра можно выразить через линейную скорость течения жидкости следующим образом: $dl = udt$, тогда $dV = dS\,udt$. Подставим это выражение в уравнение (4.6), получим:

$$dQ = \frac{dV}{dt} = \frac{dSudt}{dt} = dSu. \qquad (4.7)$$

Таким образом, объемная скорость течения жидкости по сосуду равна линейной скоростью течения жидкости, умноженной на площадь поперечного сечения.

Течение вязкой жидкости по трубам представляет для медицины особый интерес, так как кровеносная система состоит в основном из цилиндрических сосудов разного диаметра. Французский врач Жан Луи Мари Пуазейль работал по вопросам кровообращения и дыхания, поэтому заинтересовался проблемами гидродинамики. Им была получена формула, за которой закрепилось название формулы Пуазейля. Формула (4.7) устанавливает связь между объемной скоростью течения жидкости, вязкостью жидкости и разностью давлений на концах цилиндрической трубки при ламинарном течении жидкости:

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l}, \qquad (4.8)$$

где R – внутренний радиус трубки, по которой течет жидкость, $p_1 - p_2$ – разность давлений на концах трубки, η – вязкость жидкости, текущей по трубке.

Если бы жидкость не обладала вязкостью, то для течения по горизонтальной трубе не требовалось бы прилагать какую бы то не было силу, но благодаря вязкости стационарное течение любой реальной жидкости в трубе возможно лишь тогда, когда между концами трубы создана разность давлений – будь это вода в водопроводной воде или кровь в кровеносной системе.

Согласно формуле Пуазейля, поток жидкости Q пропорционален градиенту давления $(P_1 - P_2)/l$ и обратно пропорционален вязкости жидкости (газа), чего и следовало ожидать. Однако может показаться удивительным, что Q зависит от *четвертой* степени радиуса трубы. Это означает, что при одном и том же градиенте давления увеличение радиуса трубы вдвое приведет к увеличению потока жидкости в 16 раз! Таким образом, даже небольшое изменение радиуса трубы приводит к значительному изменению потока жидкости; для того же, чтобы поддерживать поток на прежнем уровне, пришлось бы заметно изменить разность давлений.

Интересный пример зависимости вида R^4 можно найти в системе кровообращения человеческого организма. Однако, поскольку формула Пуазейля справедлива лишь для ламинарного течения несжимаемой жидкости с постоянной вязкостью η, она не может в точности выполняться для крови. Дело в том, что течение крови не вполне ламинарно, кровь содержит взвешенные частицы, диаметр которых почти равен диаметру капилляров, а ее вязкость η зависит от скорости течения u. Тем не менее, и в этом случае формула Пуазейля является хорошим приближением в первом порядке. Поток крови в организме регулируется крошечными мышцами, окружающими сосуды. При сокращении этих мышц диаметр сосуда уменьшается и поток, который в соответствии с формулой Пуазейля пропорционален R^4, резко уменьшается уже при небольшом уменьшении радиуса. Таким образом, едва заметными сокращениями этих мышц очень точно контролируется поступление крови к различным органам. Однако если, скажем, вследствие атеросклероза (затвердевания стенок сосудов) и отложений холестерина радиус сосудов уменьшается, то для поддержания нормального кровотока требуется более высокий градиент давления. Если радиус сосудов уменьшится вдвое, то сердцу придется увеличить давление в 16 раз. В таких условиях сердце работает с перегрузкой, но, как правило, уже не может обеспечить требуемую величину потока жидкости, т.е. нормальное кровообращение.

Таким образом, повышенное артериальное давление указывает и на то, что сердце работает с перегрузкой, и на то, что поток крови через артерии ниже нормы.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ СТРУИ ИМЕЕТ ВИД

1) $Su = \text{const}$
2) $\frac{S}{u} = 0$
3) $Su^2 = \text{const}$
4) $S^2u = \text{const}$

2. ТРУБЧАТАЯ ПОВЕРХНОСТЬ, ОБРАЗОВАННАЯ ЛИНИЯМИ ТОКА С БЕСКОНЕЧНО МАЛЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ, НАЗЫВАЕТСЯ

1) трубка тока
2) трубка потока
3) линия тока
4) элементарная струйка

3. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ДВУХ РАЗЛИЧНЫХ СЕЧЕНИЙ ПОТОКА ДАЕТ ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ

1) давлением, расходом и скоростью потока жидкости
2) скоростью, давлением и коэффициентом вязкости потока жидкости
3) давлением, скоростью и геометрической высотой потока жидкости
4) геометрической высотой, скоростью, расходом потока жидкости

4. ИНГАЛЯТОР – ЭТО ПРИБОР

1) для местного лечебного воздействия электрическим или магнитным полем ультравысокой частоты
2) для консервативного лечения путем воздействия энергией низкочастотных ультразвуковых колебаний на пораженные биоткани как через жидкие лекарственные препараты, так и контактно
3) для введения в область носоглотки лекарственных средств, в распыленном виде
4) для измерения цвета в какой-либо цветовой шкале или для сравнения интенсивности окраски исследуемого раствора со стандартным

5. КОЭФФИЦИЕНТ ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ХАРАКТЕРИЗУЕТ СВОЙСТВА

1) поверхности металлов
2) внутреннего трения в жидкостях
3) внутреннего трения в газах
4) поверхности жидкости

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Что будет, если между двумя свободно висящими параллельными листами бумаги продувать воздух?
2. Из бака по двум трубкам одинаковой длины, расположенным на разных уровнях, вытекает жидкость. Диаметр какой трубки больше, если расход жидкости одинаков?
3. Диаметр широкой части трубы в 2 раза больше, чем узкой. Во сколько раз скорость течения в широкой части трубы отличается от скорости течения в узкой части?
4. Если радиус капилляров ксилемы (системы трубочек, по которым переносятся питательные вещества внутри растений) составляет 0,0010 см, то на какую высоту может подняться в них вода под действием сил поверхностного натяжения? Будем считать, что краевой угол равен нулю (σ=73 мН/м)
5. Средняя скорость крови в аорте (г=1,0 см) в фазе расслабления равна примерно 30 см/с. Определите каким – ламинарным или турбулентным – будет течение крови в аорте? Коэффициент вязкости крови равен 4 10^{-3} Па с.

ГЛАВА 5. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Электростатика изучает свойства и закономерности систем неподвижных электрических зарядов и процессы, происходящие в телах, помещенных в электрическое поле. Имеется бесчисленное множество практических применений теории электричества. Электрические силы определяют строение атомов и молекул. Электричество связано со многими биологическими процессами, например, с действием наших нервов и мозга.

5.1. Основные закономерности электростатики

В основе электростатики лежат следующие закономерности:

1) фундаментальным свойством электрического заряда является его существование в двух видах. Заряды бывают положительными и отрицательными. Названия зарядов условны и подчеркивают лишь то, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются;

2) полный заряд изолированной системы представляет собой величину, которая никогда не изменяется, т.е. $\sum q_i = \mathrm{const}$. Под изолированной мы понимаем такую систему, через границы которой не может проникнуть никакое другое вещество;

3) всякий заряд q образуется совокупностью элементарных зарядов, поэтому он является целым кратным заряду электрона $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ Кл: $q = \pm Ne$, где N – целое отрицательное или положительное число. Если физическая величина может принимать только определенные дискретные значения, то говорят, что эта величина квантуется;

4) величина заряда, измеряемая в различных инерциальных системах отсчета, оказывается одинаковой. Отсюда вытекает, что величина заряда не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

5.2. Закон Кулона

Закон, которому подчиняется сила взаимодействия точечных зарядов, был установлен экспериментально в 1785 г. Кулоном. Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого можно пренебречь, по сравнению с расстояниями от этого тела до других тел, несущих электрический заряд.

В результате своих опытов Кулон пришел к выводу, что *сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине каждого заряда и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними,* это утверждение может быть выражено формулой:

$$\vec{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^3}\vec{r}, \tag{5.1}$$

где q_1 и q_2 – величины взаимодействующих зарядов, r – расстояние между зарядами, k – коэффициент пропорциональности, который в системе СИ определяется следующим образом:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9 \frac{Н\times м^2}{Кл^2},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}\frac{Кл^2}{Н\times м^2}$ и называется *диэлектрической проницаемостью вакуума*. На рисунке 5.1 изображены силы взаимодействия одноименных зарядов q_1 и q_2.

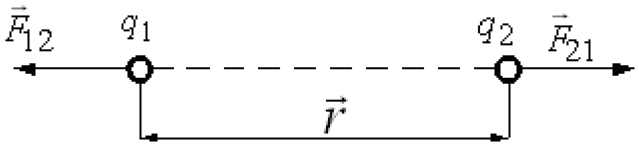

Рис. 5.1

Силы F_{12} и F_{21} равны по величине, противоположны по направлению (3-й закон Ньютона). Значение каждой из этих сил определяются выражением (5.1).

Сила взаимодействия зависит также от среды, в которой находятся заряды. Среда ослабляет силу взаимодействия, которая определяется формулой

$$F = \frac{F_0}{\varepsilon} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2},$$

где F_0 – сила взаимодействия между зарядами в вакууме; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon = \frac{F_0}{F}$ – физическая величина, численно равная отношению силы, действующей между зарядами в вакууме F_0, к силе, действующей между зарядами в среде при прочих равных условиях F.

5.3. Электростатическое поле. Напряженность поля

Всякий заряд q изменяет свойства окружающего его пространства, создает в нем электрическое поле. Для исследования этого поля можно использовать другие заряды, называемые в этом случае *пробными*.

Если в данную точку пространства вносить разные по величине пробные заряды, то и силы, действующие на них, будут разными, но отношение силы к величине пробного заряда будет величиной постоянной для данной точки поля. Эта величина называется *напряженностью электрического поля*, это силовая характеристика поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}. \qquad (5.2)$$

Напряженность численно равна силе, действующей на единичный, положительный заряд, помещенный в данную точку поля. Определение напряженности поля показывает, что направление вектора напряженности электростатического поля совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Размерность напряженности в системе СИ:

$$[E] = 1\frac{Н}{Кл} = 1\frac{В}{м}.$$

В соответствии с формулами (5.1) и (5.2) следует, что напряженность поля точечного заряда пропорциональна величине заряда q и обратно пропорциональна квадрату расстояния r от заряда до данной точки поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{пр}} = k\frac{qq_{\text{пр}}}{\varepsilon r^3 q_{пр}}\vec{r} = k\frac{q}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}}{r}, \tag{5.3}$$

где $\dfrac{\vec{r}}{r}$ – единичный вектор, показывающий направление вектора напряженности. Из уравнения (5.3) следует, что вектор $\vec{E}$ направлен вдоль радиальной прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен.

Сила, действующая на пробный заряд со стороны электростатического поля, равна $\vec{F} = q_{\text{пр}}\vec{E}$, и на любой заряд, находящийся в электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$, будет действовать сила $\vec{F} = q\vec{E}$.

Если электростатическое поле создается не одним, а несколькими зарядами, то каждый заряд создает свое собственное поле независимо от присутствия других зарядов. Поэтому поле системы зарядов будет действовать на пробный заряд с результирующей силой, равной равнодействующей всех сил, действующих на пробный заряд со стороны каждого заряда

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n}{q_{\text{пр}}} = \frac{\vec{F}_1}{q_{\text{пр}}} + \frac{\vec{F}_2}{q_{\text{пр}}} + ... + \frac{\vec{F}_n}{q_{\text{пр}}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_n. \tag{5.4}$$

Напряженность поля, созданного несколькими зарядами, равна геометрической сумме векторов напряженности полей, созданных каждым зарядом в отдельности.

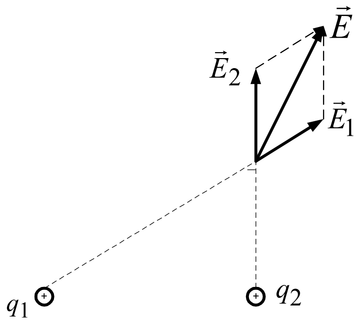

Рис. 5.2

Это принцип суперпозиции и независимости полей. На рисунке 5.2 представлен случай суперпозиции полей, созданных двумя положительными зарядами.

Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов. Разбив протяженные заряды на достаточно малые доли dq, любую систему зарядов можно свести к совокупности точечных зарядов. Вклад каждого из таких зарядов в результирующее поле вычисляется по формуле (5.3).

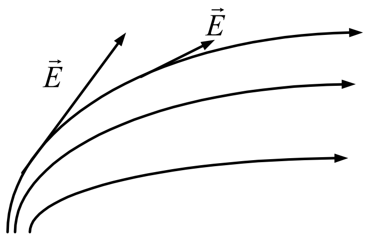

Рис. 5.3

Электрическое поле можно изображать с помощью *силовых линий* – это линии, касательная к которым в любой точке поля совпадает по направлению с вектором напряженности $\vec{E}$ (см. рисунок 5.3). Густота силовых линий выбирается так, чтобы число силовых линий, пронизывающих единицу поверхности площадки, перпендикулярной к силовым линиям, равнялось значению вектора напряженности $\vec{E}$, т.е. по картине силовых линий можно судить о направлении и величине вектора $\vec{E}$ в разных точках пространства (см. рисунок 5.3).

Силовые линии электростатического поля точечного заряда (положительного и отрицательного) изображены на рисунке 5.4. Также на рисунке 5.4 изображены силовые линии поля, созданного двумя зарядами.

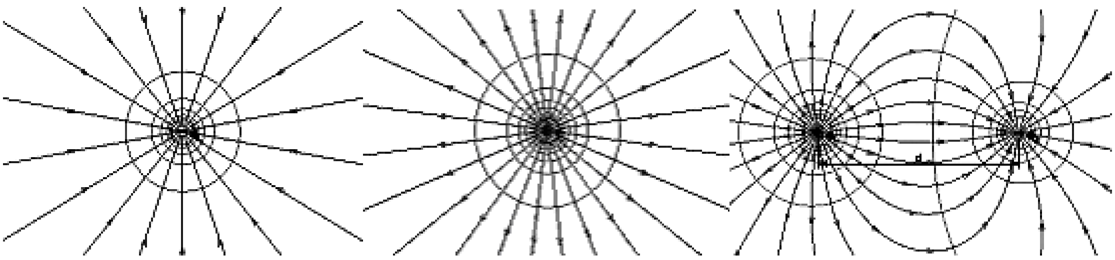

Рис. 5.4

Таким образом, силовые линии электростатических полей могут начинаться или заканчиваться на зарядах либо уходить в бесконечность. Электростатические поля бывают однородные и неоднородные. *Однородными называются поля, вектор напряженности которых во всех точках поля одинаков по величине и направлению*. Такие поля изображаются параллельными силовыми линиями.

5.4. Электрические диполи

Электростатическое поле может быть создано не только зарядами, но и электронейтральными системами (суммарный заряд в такой системе равен нулю), если в этих системах пространственно разнесены центры тяжести положительных и отрицательных зарядов, примером может служить поле диполя. *Электрическим диполем* называется система двух одинаковых по величине, но разных по знаку точечных зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на расстоянии l друг от друга (см. рисунок 5.5). Основной характеристикой диполя является дипольный момент $\vec{p} = q\vec{l}$.

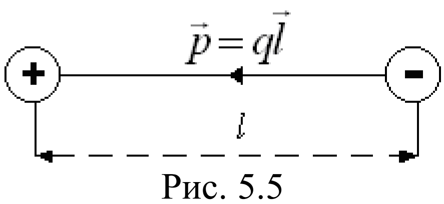

Рис. 5.5

Вектор дипольного момента $\vec{p}$ направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному заряду.

5.5. Понятие потока вектора напряженности. Теорема Гаусса

Под потоком вектора напряженности понимают количество силовых линий, пронизывающих площадку S, расположенную перпендикулярно силовым линиям. На рисунке 5.6 однородное электростатическое поле, изображенное параллельными силовыми линиями, проходит через площадку S. Если площадка не перпендикулярна силовым линиям, то берут ее проекцию (на рисунке 5.6 изображена пунктиром). Для однородного электростатического поля поток вектора напряженности вычисляется следующим образом:

$$\phi = ES\cos\alpha . \tag{5.5}$$

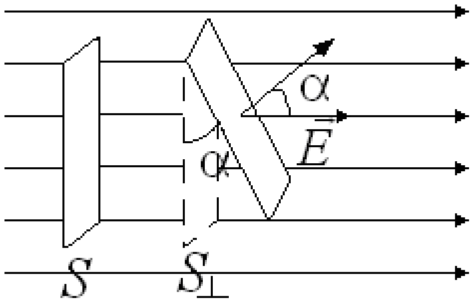

Рис. 5.6

Рассмотрим теперь более общий случай, когда электростатическое поле неоднородно. В этом случае поверхность S разобьем на n элементов, площади которых обозначим ΔS_l. Разбиение должно быть таким, чтобы электрическое поле в пределах элемента было однородным. Тогда поток напряженности через всю поверхность будет определяться суммой $\phi = \sum_{l=1}^{n} E_l S_l \cos\alpha$. В пределе $\Delta S_l \to 0$ сумма переходит в интеграл по всей поверхности:

$$\phi = \int E dS \cos\alpha . \tag{5.6}$$

Поток считается положительным, если направление вектора напряженности совпадает с направлением нормали, проведенной к площадке S, и отрицательным, если направление вектора напряженности противоположно направлению нормали.

Возьмем точечный заряд и посчитаем поток вектора напряженности поля, созданного этим зарядом, через любую замкнутую поверхность, внутри которой находится этот заряд (см. рисунок 5.7). Точечный заряд создает неоднородное поле, поэтому поверхность нужно подобрать таким образом, чтобы интеграл (5.6) был простым, для этого нужно значение $\cos\alpha$ подобрать равным 1. Согласно рисунку 5.7, этой поверхностью может быть сфера, в центре которой расположен точечный заряд. Тогда выражение (5.6) приобретает следующий вид:

$$\phi = \int E dS . \tag{5.7}$$

На любой выбранной поверхности сферы значение вектора напряженности $\vec{E}$ одинаково по величине (5.3) во всех точках сферы. Поэтому величину E можно вынести за знак интеграла, получим:

$$\phi = E\int dS.$$

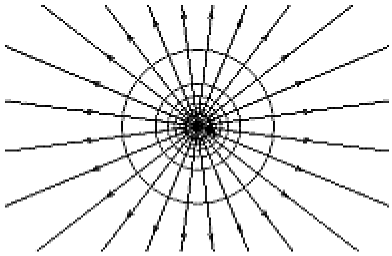

Рис. 5.7

Интеграл $\oint dS = 4\pi R^2$, где R – радиус выбранной сферы. Таким образом, поток через сферу равен:

$$\phi = 4\pi R^2 E. \tag{5.8}$$

Из выражения (5.3) подставим значение напряженности электростатического поля для точечного заряда в формулу (5.8) и окончательно получаем, что поток через сферу пропорционален заряду, находящемуся внутри этой сферы:

$$\phi = E4\pi R^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Если внутри сферы находится несколько точечных зарядов, то можно записать выражение потока следующим образом:

$$\phi = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}. \tag{5.9}$$

Полученное выражение носит название теоремы Гаусса, которая читается следующим образом:

поток вектора напряженности электростатического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой замкнутой поверхности, деленной на диэлектрическую приницаемость вакуума ε_0.

Теорема Гаусса справедлива для потока вектора напряженности электростатического поля через любую замкнутую поверхность; она утверждает, что если поток, направленный внутрь поверхности, не равен потоку, направленному наружу, то это обусловлено наличием зарядов внутри поверхности.

Теорема Гаусса позволяет в ряде случаев найти напряженность поля гораздо более простыми средствами, чем с использованием принципа суперпозиции полей. Продемонстрируем возможности теоремы Гаусса на следующем примере.

Пусть положительный заряд равномерно распределен по поверхности бесконечной плоскости. Электростатическое поле, созданное равномерно заряженной плоскостью, является однородным.

Заряд, приходящийся на единицу площади, называется *поверхностной плотностью заряда* и обозначается σ

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Выберем в качестве поверхности интегрирования небольшой цилиндр, ось которого перпендикулярна заряженной плоскости и который пересекается с этой плоскостью (см. рисунок 5.8). Цилиндр – это и есть любая замкнутая поверхность, внутри которой должен быть заряд, создающий поле. Обычно поверхность интегрирования стремятся выбрать так, чтобы напряженность электрического поля была постоянна по всей поверхности или, по крайней мере, на определенных ее участках, поэтому цилиндр для данного поля является самой подходящей поверхностью интегрирования.

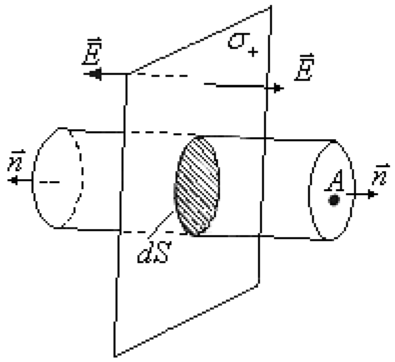

Рис. 5.8

В силу симметрии следует ожидать, что вектор E по обе стороны плоскости перпендикулярен ей и постоянен в пределах торца цилиндра площадью S (поле однородно). Поскольку векторы напряженности $\vec{E}$ не пересекают боковую поверхность цилиндра, то поток через боковую поверхность равен нулю. Потоки через основания цилиндра одинаковы и каждый из них равен EdS. По теореме Гаусса:

$$\phi = 2EdS = \frac{q_0}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\, dS}{\varepsilon_0},$$

где $q = \sigma\, dS$ – заряд, заключенный внутри цилиндра. Напряженность электрического поля, созданного бесконечной равномерно заряженной плоскостью, равна:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \tag{5.10}$$

Поле двух равномерно заряженных плоскостей. Поле двух параллельных бесконечных плоскостей, заряженных разноименно с одинаковой по величине постоянной поверхностной плотностью σ, можно найти как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности (см. рисунок 5.9). В области между плоскостями складываемые поля имеют одинаковое направление, так что результирующая напряженность равна:

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \tag{5.11}$$

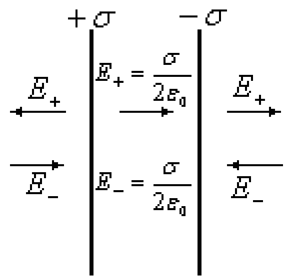

Рис. 5.9

Вне объема, ограниченного плоскостями, складываемые поля имеют противоположные направления, так что результирующая напряженность равна нулю.

Таким образом, поле оказывается сосредоточенным между плоскостями. Напряженность поля во всех точках этой области одинакова по величине и по направлению; следовательно, поле однородно. Линии напряженности представляют собой совокупность параллельных прямых, равно отстоящих друг от друга.

5.6. Потенциал электростатического поля

Для описания электростатического поля можно воспользоваться и энергетическим подходом. На заряд в электрическом поле действует сила. Под действием этой силы заряд может перемещаться. Следовательно, электрическое поле может совершать работу.

Пусть электростатическое поле создается положительным точечным зарядом q. Поместим этот заряд в начало координат (см. рисунок 5.11). В поле заряда q перемещается под действием сил поля заряд q_0 из точки 1 в точку 2, положение которых характеризуется радиус-векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ соответственно. Точечный заряд создает неоднородное поле, поэтому работа, совершенная силами поля на элементарно малом участке dr, равна $dA = Fdr$ (раздел 2.5), перемещение заряда q_0 совпадает с направлением действия сил поля. На участке 1-2 работа равна:

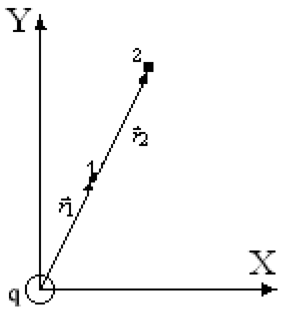

Рис. 5.10

$$A_1 = \int_{r_1}^{r_2} Fdr = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{qq_0}{r^2}dr = -k\left(\frac{qq_0}{r_2} + \frac{qq_0}{r_1}\right). \qquad (5.12)$$

Также известно, что при совершении работы происходит изменение потенциальной энергии [см. уравнение (2.24)], поэтому $A_{12} = -\Delta U$.

Напряженность электростатического поля мы определили как силу, действующую на единичный, положительный заряд. Аналогично удобно ввести понятие разности потенциалов, как изменение потенциальной энергии при перемещении единичного заряда из одной точки поля в другую:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta U}{q_0}.$$

Каждая точка поля тогда будет характеризоваться потенциалом, который определяется следующим образом:

потенциал – это физическая величина численно равная потенциальной энергии, которой обладает единичный заряд, помещенный в данную точку поля, если считать, что в бесконечности потенциальная энергия равна нулю.

$$\varphi = \frac{U}{q_0}. \qquad (5.13)$$

Из выражения (5.12) следует, что потенциал поля точечного заряда в данной точке поля равен

$$\varphi = k\frac{q}{r}. \qquad (5.14)$$

Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности.

$$\varphi = \sum_l \varphi_l .$$

Графически распределение потенциала в электростатическом поле можно изображать с помощью эквипотенциальных поверхностей.

Эквипотенциальная поверхность – это совокупность точек поля, имеющих одинаковый потенциал. Для точечного заряда эквипотенциальные поверхности – сферы, $r = \text{const}$ (см. рисунок 5.4).

5.7. Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом

Электростатическое поле можно описать либо с помощью векторной величины $\vec{E}$ (напряженность электростатического поля), либо с помощью скалярной величины φ (потенциал электростатического поля). Очевидно, что между этими величинами должна существовать определенная связь.

В разделе 5.6 было установлено, что работа сил электростатического поля на элементарно малом отрезке перемещения равна $dA = q_0 d\varphi$. С другой, стороны эта же работа равна $dA = -q_0 E_r dr$, если перемещать пробный заряд вдоль силовых линий. Приравниваем эти выражения и получаем

$$q_0 d\varphi = q_0 E_r dr ,$$

Отсюда следует, что напряженность можно выразить через потенциал следующим образом:

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr}, \tag{5.15}$$

производная, стоящая в правой части равенства, выражает быстроту изменения потенциала в направлении *r*. Знак минус в выражении (5.15) указывает на то, что вектор напряженности электростатического поля всегда направлен в сторону убыли потенциала.

Для однородного электростатического поля выражение (5.15) выглядит следующим образом:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d}, \tag{5.15a}$$

где d – расстояние между двумя эквипотенциальными поверхностями с потенциалами φ_1 и φ_2, соответственно, $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – называется *напряжением*.

Поскольку электростатическое поле можно изобразить графически с помощью силовых линий и эквипотенциальных поверхностей, то необходимо выяснить, как они располагаются по отношению друг к другу. Выберем однородный участок поля, и на этом участке будем перемещать пробный заряд q_0 вдоль эквипотенциальной поверхности. Перемещая пробный заряд, совершаем работу против сил электростатического поля

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2), \tag{5.16}$$

$$A_{12} = FS\cos\alpha = q_0 ES\cos\alpha . \tag{5.17}$$

Так как пробный заряд перемещается по эквипотенциальной поверхности, т.е. $\varphi_1 = \varphi_2$, значит по формуле (5.16) получается, что совершаемая работа равна нулю $A_{12} = 0$. В формуле (5.17) левая часть уравнения также равна нулю, следовательно, в правой части уравнения должна быть равна нулю одна из величин, входящих в эту формулу. Нулю может быть равен лишь косинус угла α $(\cos\alpha = 0)$, следовательно, угол равен $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Угол α – это угол между перемещением S и направлением действия силы F, направление которой совпадает с направлением силовых линий. Перемещение пробного заряда происходит по эквипотенциальной поверхности, поэтому можно утверждать, что силовые линии и эквипотенциальные поверхности взаимно перпендикулярны (угол $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$).

На рисунке 5.4 показаны эквипотенциальные поверхности (точнее, их пересечения с плоскостью чертежа) для поля точечного заряда, которые представляют собой окружности. Поскольку, напряженность электростатического поля E самая большая вблизи заряда, то эквипотенциальные поверхности при приближении к заряду становятся гуще.

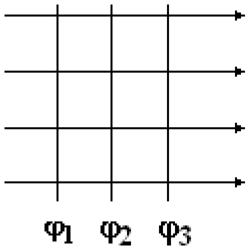

Рис. 5.11.

Для однородного электростатического поля эквипотенциальные поверхности представляют собой систему равно отстоящих друг от друга плоскостей, перпендикулярных к направлению силовых линий поля (см. рисунок 5.11). При заданном направлении силовых линий электростатического поля потенциал эквипотенциальных поверхностей φ_3 является наименьшим.

5.8. Конденсаторы

Конденсатор – это устройство для накопления зарядов. Конденсаторы бывают плоские, цилиндрические, сферические и т.д. Плоский конденсатор состоит из двух разноименно заряженных близко расположенных плоскостей.

Основной характеристикой конденсатора является его емкость, под которой понимают величину, численно равную заряду, который нужно сообщить обкладкам конденсатора, чтобы изменить разность потенциалов между обкладками конденсатора на единицу

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \tag{5.18}$$

Емкость измеряется в Фарадах [1 Фарад] = [1Кл/В].

Величина емкости определяется геометрией конденсатора (формой и размерами обкладок и величиной зазора между ними), а также диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками конденсатора. Найдем формулу для емкости плоского конденсатора. Если площадь обкладки S, а заряд на ней q, то напряженность поля между обкладками равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

[см. формулу (5.11)]; ε_0 – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей зазор между обкладками.

Поскольку поле между обкладками конденсатора является однородным, то в соответствии с (5.15а) разность потенциалов между обкладками равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Отсюда для емкости плоского конденсатора получается формула:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где d – расстояние между обкладками конденсатора, S – площадь обкладок.

Нужно отметить, что клеточная мембрана представляет собой плоский конденсатор.

Вычислим энергию заряженного конденсатора. Для этого представим себе, что конденсатор разряжается, и обозначим через U мгновенное значение напряжения на его обкладках в процессе разряда. Если малое количество заряда dq уходит в процессе разряда с обкладок конденсатора, то работа электрических сил dA (см. раздел 5.6) имеет вид:

$$dA = Udq,$$

выражая в этой формуле заряд обкладок q через напряжение по формуле (5.18), получим

$$dA = CUdU.$$

Полную работу, совершенную электрическими силами за все время разряда, равную энергии конденсатора W, получим, интегрируя это выражение между значениями напряжения U (начало разряда) и 0 (конец разряда):

$$A = W = C\int_0^U UdU = \frac{1}{2}CU^2. \qquad (5.19)$$

5.9. Энергия электростатического поля

Опыты показывают, что энергия конденсатора сосредоточена в электростатическом поле. Учитывая это, можно преобразовать выражение (5.19) для энергии конденсатора таким образом, чтобы в него входила характеристика поля – напряженность.

Рассмотрим однородное поле плоского конденсатора, емкость которого определяется $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, подставим это выражение в формулу (5.19), получим:

$$W = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}U^2 = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd.$$

Здесь U/d – напряженность электростатического поля E, а $Sd = V$ – объем, занимаемый полем. Таким образом, энергия однородного поля пропорциональна занимаемому полем объему. Поэтому целесообразно говорить об объемной плотности энергии электростатического поля, т.е. энергии, сосредоточенной в единице объема. Она равна:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \qquad (5.20)$$

Если электростатическое поле неоднородно, то его всегда можно разбить на элементарные объемы dV и считать, что в пределах этого малого объема поле однородно. Поэтому энергия, заключенная в объеме поля dV, будет равна ωdV. Полная энергия любого электростатического поля может быть представлена в следующем виде:

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_V \varepsilon E^2 dV, \qquad (5.21)$$

интегрирование производится по всему объему V, где имеется электростатическое поле.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. СИЛА КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ТОЧЕЧНЫХ ЗАРЯДОВ

1) прямо пропорциональна расстоянию между ними
2) обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними
3) прямо пропорциональна квадрату расстояния между ними
4) обратно пропорциональна расстоянию между ними

2. НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ – ЭТО

1) сила, действующая на каждый электрический заряд, помещенный в данную точку поля
2) работа по перемещению единичного электрического заряда из данной точки поля в бесконечность
3) сила, действующая на единичный положительный электрический заряд, помещенный в данную точку поля
4) напряжение относительно бесконечно удаленной точки

3. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ – ЭТО

1) энергетическая характеристика поля
2) силовая характеристика поля
3) количественная характеристика поля
4) количественная и энергетическая характеристика поля

4. ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ – ЭТО

1) поверхности, проведенные через точки с равным электрическим зарядом
2) поверхности, построенные на равном удалении от силовых линий электрического поля
3) плоскости, проведенные через силовые линии
4) поверхности во всех точках, которых электрические потенциалы равны

5. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ОТРАЖАЕТ

1) закономерность изменения величины напряженности и потенциала с расстоянием
2) способ графического представления электрического поля

3) правило расчета поля системы зарядов как векторной суммы напряженностей полей этих зарядов и скалярной потенциалов.

4) правило расчета потенциала полей, зарядов разной конфигурации.

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Определите напряженность однородного поля в мембране эритроцита толщиной 25 нм при мембранной разности потенциалов 100 мВ.
2. Электроемкость больного, лежащего на изолирующем матраце, которым покрыт операционный стол, составляет 200 пФ. Какое количество статического заряда должно накопиться на больном для образования между ним и столом разности потенциалов 2 кВ?
3. Электрон ускоряется разностью потенциалов в 30 В. Во сколько раз возрастет его конечная скорость, если разность потенциалов увеличить в 4 раза?
4. Разность потенциалов между точками, находящимися на расстоянии 5 см на одной силовой линии однородного электрического поля, равна 5 В. Определите напряженность электрического поля.

ГЛАВА 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

6.1. Условия возникновения электрического тока

Любое упорядоченное движение заряженных частиц называется электрическим током.

Для того чтобы возник электрический ток, необходимо выполнить следующие условия.

1. Наличие свободных заряженных частиц (носителями тока в проводниках являются свободные электроны, в жидкостях – положительные и отрицательные ионы; в газах ток возникает только под действием ионизаторов: рентгеновское излучение, нагревание и т.д., носителями тока в газах являются свободные электроны и положительные и отрицательные ионы).
2. Наличие постоянной разности потенциалов, которая может поддерживаться источником напряжения.

Любой источник напряжения характеризуется *электродвижущей силой* (э.д.с.). *ЭДС* – это работа, совершаемая сторонними силами по перемещению единичного заряда по замкнутой цепи:

$$\varepsilon = \frac{\oint F_r^* dr}{q} = \oint E_r^* dr\,, \tag{6.1}$$

где F_r^* – сторонние силы, т.е. силы, не имеющие электростатического происхождения (магнитные, химические и т.д.). E_r^* – напряженность стороннего поля, которое не может быть создано покоящимися электрическими зарядами.

Количественными характеристиками электрического тока служат сила тока и плотность тока.

Сила тока – это физическая величина, численно равная количеству заряда, протекающего через поперечное сечение проводника в единицу времени.

Для постоянного тока это можно записать следующим образом:

$$I = \frac{q}{t}. \tag{6.2}$$

Для переменного тока выражение для силы тока выглядит имеет вид

$$I = \frac{dq}{dt}. \tag{6.3}$$

Плотностью тока $\vec{j}$ *называют векторную величину, равную количеству заряда, протекающего в единицу времени через единичное поперечное сечение проводника и направленную по нормали поперечного сечения проводника.*

Плотность тока и сила тока связаны между собой следующим соотношением:

$$I = \int jdS\cos\alpha\,, \tag{6.4}$$

где α – это угол между нормалью к площадке S, через которую течет ток, и направлением движения заряженных частиц.

6.2. Закон Ома в дифференциальной форме

Для тока в проводниках сохраняются понятия линии и трубки тока (см. раздел 3). Рассмотрим в проводящей среде небольшой отрезок трубки тока (см. рисунок 6.1) длины dl и два близких ее сечения. Обозначим потенциалы этих сечений

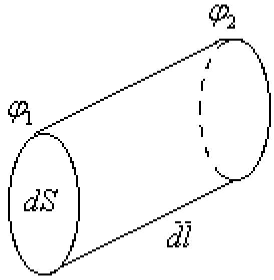

Рис. 6.1

через φ_1 и φ_2, а величину площади сечения $-dS$. Применим для выделенного участка проводника закон Ома $I=\frac{U}{R}$, где R сопротивление выделенного участка цепи и оно равно $R=\rho\frac{dl}{dS}$, получим, что сила тока находится так: $I=jdS=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{\rho\frac{dl}{dS}}=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{\rho dl}dS,$ сокращая на dS и вводя понятие удельной электропроводности среды $\lambda=\frac{1}{\rho}$ (напоминаем, что ρ – удельное сопротивление проводника), получим:

$$j=\lambda\frac{\varphi_1-\varphi_2}{dl}=-\lambda\frac{\varphi_2-\varphi_1}{dl}=-\lambda\frac{d\varphi}{dl}.$$

Применяя выражение (5.15), запишем:

$$j=\lambda E.$$

Учитывая, что плотность тока j и напряженность электрического поля внутри проводника E векторы, и притом одинаково направленные, запишем окончательно:

$$\vec{j}=\lambda\vec{E}. \tag{6.5}$$

Соотношение (6.5) носит название *дифференциальной формы закона Ома*.

6.3. Тепловое действие электрического тока

Электрический ток совершает в любом участке электрической цепи работу. Работа тока затрачивается на увеличение внутренней энергии проводника, в результате чего проводник нагревается. Принято говорить, что при протекании тока в проводнике выделяется тепло dQ. Если выделить участок проводника (см. рисунок 6.1), то на этом участке прводника

$$dA=dQ=dqU=IUdt, \tag{6.6}$$

так как из выражения (6.3) следует, что $dq=Idt$, но, следуя закону Ома для участка цепи, можно записать, что $U=IR$. Тогда выражение (6.6) перепишется в следующем виде:

$$dQ=I^2Rdt=j^2dS^2\rho\frac{dl}{dS}dt=j^2\rho\,dldSdt. \tag{6.7}$$

В выражении (6.7) произведение $dldS$ представляет собой объем выделенной части проводника. Разделив выражение (6.7) на $dldS$ и dt, получим количество тепла, выделяющееся в единице объема в единицу времени:

$$\omega = \rho\, j^2 . \qquad (6.8)$$

Величину ω называют *удельной тепловой мощностью тока.* Формула (6.8) представляет собой дифференциальную форму закона Джоуля-Ленца. Используя формулу (6.5), закон Джоуля-Ленца можно еще представить в следующей форме:

$$\omega = \lambda E^2 .$$

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА – ЭТО

1) работа сторонних сил
2) работа сил электростатического поля по перемещению единичного заряда
3) работа, совершаемая сторонними силами по перемещению единичного заряда по замкнутой цепи
4) работа, совершаемая током на участке электрической цепи

2. СИЛА ТОКА – ЭТО

1) векторная величина, равная количеству заряда, протекающего через поперечное сечение проводника в единицу времени
2) физическая величина, численно равная количеству заряда, протекающего через поперечное сечение проводника в единицу времени
3) величина, равная количеству заряда, приходящегося на единицу площади
4) физическая величина, численно равная количеству заряда, протекающего через единицу поперечного сечения проводника в единицу времени

3. ПЛОТНОСТЬ ТОКА – ЭТО

1) векторная величина, равная количеству заряда, протекающего в единицу времени через единичное поперечное сечение проводника и направленная по нормали поперечного сечения проводника
2) скалярная величина, равная количеству заряда, протекающего в единицу времени через поперечное сечение проводника
3) величина, равная силе тока, протекающего через поперечное сечение проводника
4) векторная величина, прямо пропорциональная силе тока и направленная перпендикулярно эквипотенциальным поверхностям

4. ЗАКОН ОМА В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФОРМЕ ИМЕЕТ ВИД

1) $\vec{j}=0$
2) $\vec{j}=\lambda^2\vec{E}$
3) $\vec{j}=\dfrac{\lambda}{\vec{E}}$
4) $\vec{j}=\lambda\vec{E}$

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Суммарная мощность, выделяемая в замкнутой цепи, состоящей из источника питания и нагрузки, равна 60 Вт. Ток в цепи 5 А. Определить ЭДС источника питания.
2. По проводнику сопротивлением 5 Ом был перенесен заряд 3 Кл током 2 А. Чему равно количество тепла, выделившегося в проводнике?
3. Радиоприемник питается от сети постоянным током 50 мкА. За 1 час работы он потребил 3,6 кДж электроэнергии. Определите напряжение сети.
4. Две электрических лампочки сопротивлением 6 Ом и 12 Ом последовательно подключены к аккумулятору с ЭДС 6 В. Определите ток во внешней цепи.

ГЛАВА 7. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

7.1. Источники магнитного поля. Силовые линии

Постоянные магниты и проводники с током изменяют свойства окружающего его пространства, т.е. служат источниками магнитного поля. Для обнаружения и исследования этого поля можно использовать стрелку компаса, которая представляет собой постоянный магнит с точкой опоры в своем центре масс, так что он может свободно вращаться. Обращенный на север полюс свободно висящего магнита называют северным полюсом магнита (*N*). Противоположный полюс направлен на юг и называется южным полюсом (*S*).

Силу, с которой магнит (проводник с током) действует на магнитную стрелку, можно рассматривать как результат действия магнитного поля магнита (поля проводника с током) на другой магнит. Направление магнитного поля можно определить как направление, которое указывает северный полюс стрелки компаса, помещенный в эту точку поля. Магнитное поле, также как и электростатическое поле, можно изображать с помощью силовых линий. Силовые линии магнитного поля проводят таким образом, чтобы стрелка компаса располагалась по касательной к силовой линии магнитного поля в любой точке поля. На рисунке 7.1 показано, как с помощью стрелки компаса можно установить направление одной из силовых линий магнитного поля магнитного стрежня.

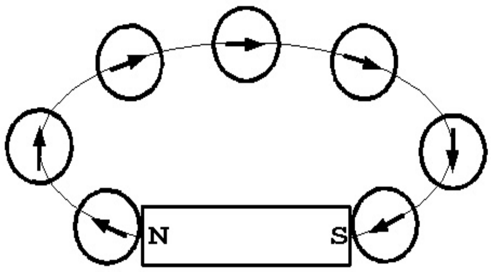

Рис. 7.1

На рисунке 7.1, также как и на рисунке 7.2, построены силовые линии для подковообразного магнита (см. рисунок 7.2а) и магнитного стержня (см. рисунок 7.2б). Обратите внимание на то, что в соответствии с нашим определением силовые линии всегда выходят из северного полюса магнита, входят в южный полюс и замыкаются внутри магнита.

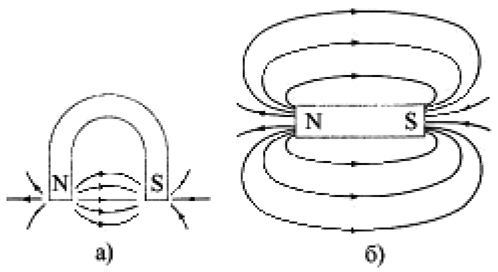

Рис. 7.2

Рассмотрим также магнитное поле, созданное проводником с током. В 1820 г. Эрстед обнаружил, что магнитная стрелка, расположенная рядом с электрическим проводником, отклоняется, когда проводник подключают к источнику питания.

Вблизи прямолинейного проводника с током магнитная стрелка устанавливается по касательной к окружности, очерченной вокруг проводника с током (см. рисунок 7.3). Иными словами, силовые линии магнитного поля проводника с током имеют вид окружностей, в центре которых находится проводник с током (см. рисунок 7.4а).

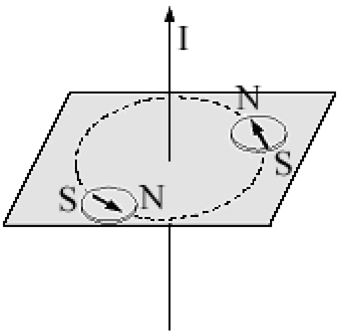

Рис. 7.3

Направление силовых линий указывается северным полюсом магнитной стрелки на рисунке 7.3. Для определения направления силовых линий магнитного поля проводника с током служит *правило правой руки*: проводник мысленно охватывается правой рукой так, чтобы большой палец располагался в направлении тока (положительных зарядов); тогда остальные пальцы загибаются в направлении силовых линий (см. рисунок 7.4б).

7.2. Сила Ампера. Вектор индукции магнитного поля

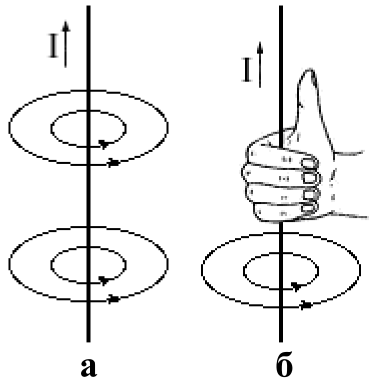

Рис. 7.4

Рассмотрим силу, действующую на проводник с током в магнитном поле. Для этого поместим прямолинейный проводник с током между полюсами подковообразного магнита (см. рисунок 7.5). На проводник с током действует сила тяжести, поэтому, находясь в свободном состоянии, этот проводник должен падать.

Если в проводнике менять величину тока и направление тока, располагая проводник с током под разными углами к силовым линиям магнитного поля, то оказывается, что проводник может находиться в состоянии равновесия. Это возможно лишь в том случае, если на проводник кроме силы тяжести действует еще одна сила, направленная вертикально вверх.

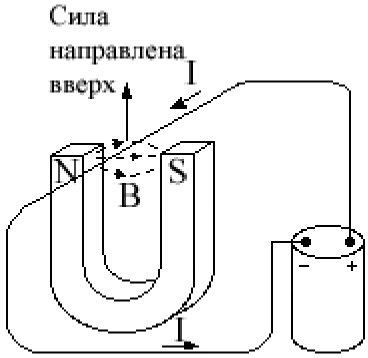

Рис. 7.5

Поскольку проводник находится в магнитном поле, то, очевидно, что эта сила действует на него со стороны магнитного поля. Из условий равновесия можно найти значение этой силы. Экспериментально обнаружено, что величина силы, действующей на проводник с током со стороны магнитного поля, прямо пропорциональна силе тока в проводнике I, длине проводника в магнитном поле l (которое предполагается однородным) и вектору магнитной индукции B (который характеризует магнитное поле). Сила зависит также от угла θ между проводником и направлением силовых линий магнитного поля. Когда проводник перпендикулярен силовым линиям магнитного поля, сила максимальна; когда проводник параллелен силовым линиям, то сила обращается в нуль. В промежуточных значениях сила пропорциональна $\sin\theta$. Таким образом:

$$F = IlB\sin\theta . \tag{7.1}$$

Сила (7.1) получила название *силы Ампера*. Направление действия силы Ампера определяется правилом левой руки:

если левую руку расположить так, чтобы линии индукции входили в ладонь, а вытянутые пальцы показывали направление тока, то отогнутый большой палец покажет направление силы.

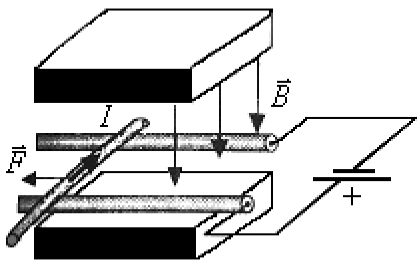

Рис. 7.6

На рисунке 7.6 показано направление силы, действующей на проводник с током, расположенный перпендикулярно линиям индукции. Уравнение (7.1) записано для однородного поля и прямолинейного проводника. Если же поле неоднородно или проводник не везде составляет одинаковый угол с силовыми линиями, то выражение (7.1) можно записать в дифференциальной форме:

$$dF = IdlB\sin\theta , \tag{7.2}$$

где dF – сила, действующая на элемент проводника длиной dl. Полная сила, действующая на проводник, определяется интегрированием.

Из закона Ампера можно установить физический смысл вектора индукции магнитного поля:

$$B = \frac{F_{\max}}{Idl} . \tag{7.3}$$

Вектор индукции магнитного поля численно равен максимальной силе, действующей на прямолинейный участок проводника с током единичной длины, по которому течет ток, равный единице силы тока.

Размерность индукции в системе СИ: $[B] = \dfrac{1H}{1A \times 1м} = 1\text{Тл (Тесла)}$.

Магнитное поле графически изображается с помощью силовых линий: *линиями магнитной индукции или силовыми линиями называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции* $\vec{B}$ в этих точках магнитного поля. Линии магнитной индукции, в отличие от силовых линий электростатического поля всегда замкнуты.

Опыт показывает, что магнитные поля, создаваемые одним и тем же проводником с током в вакууме и в любой другой среде, будут различными. Это объясняется тем, что в любой среде существуют молекулярные токи, которые образованы движением электронов в атомах и молекулах. Эти молекулярные токи создают свое магнитное поле. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует результирующее поле, создаваемое всеми молекулярными токами и проводниками с током.

Для характеристики магнитного поля, создаваемого только проводником с током, вводится вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}$, не зависящий от свойств среды. Между векторами индукции $\vec{B}$ и напряженности $\vec{H}$ существует связь $B = \mu\mu_0 H$, μ – относительная магнитная проницаемость среды, показывает, во сколько раз индукция магнитного поля в среде отличается от индукции в вакууме (B_0), μ_0 = 4π×10^{-7} Н/м^2 (Гн/м) – магнитная постоянная.

7.3. Закон Био-Савара-Лапласа

Индукция магнитного поля B служит количественной характеристикой магнитного поля. Для количественного описания поля введем понятие элемента тока (в законе Ампера мы уже использовали это понятие).

Векторная величина, равная произведению силы тока I на длину прямолинейной части проводника dl, называется элементом тока $Id\vec{l}$. Направление элемента тока совпадает с направлением тока в проводнике.

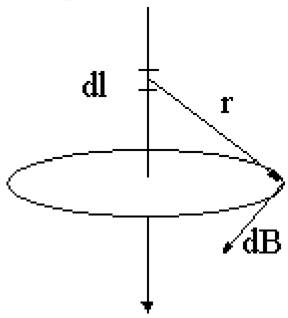

Рис. 7.7

Элемент тока создает вокруг себя магнитное поле, величину и направление которого в каждой точке поля определяют с помощью закона Био-Савара-Лапласа. В скалярной форме закон Био-Савара-Лапласа можно представить в следующем виде:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl \sin\alpha}{r^2}. \qquad (7.4)$$

Закон Био-Савара-Лапласа утверждает, что элемент проводника с током создает в точке M магнитное поле, величина вектора индукции которого пропорциональна величине элемента тока Idl, синусу угла α между направлением тока и радиус-вектором $\vec{r}$, определяющим положение точки M в пространстве, и обратно пропорциональна квадрату расстояния между элементом тока и точкой M (см. рисунок 7.7), μ – магнитная проницаемость среды, в которой распространяется поле, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, которая равна $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} Тл \cdot м/А$.

Вектор $d\vec{B}$ перпендикулярен плоскости, образованной элементом тока $Id\vec{l}$ и радиус-вектором $\vec{r}$, а направление $d\vec{B}$ определяется по правилу правой руки (см. рисунок 7.4б).

Для магнитных полей соблюдается принцип суперпозиции:

при наложении нескольких магнитных полей, характеризующихся в данной точке пространства векторами индукции $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \dots \vec{B}_i$, *вектор индукции результирующего поля равен геометрической (векторной) сумме векторов индукции складываемых полей:*

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{B}_i \,. \tag{7.5}$$

Например, если происходит сложение двух полей $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$, то $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, следовательно, абсолютное значение вектора индукции результирующего поля равно:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\alpha}\,,$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Закон Био-Савара-Лапласа (7.4) представлен в виде дифференциального уравнения для вектора индукции магнитного поля, создаваемого не всем проводником, а лишь его небольшим участком dl. Для того чтобы вычислить полный вектор индукции в произвольной точке M, необходимо воспользоваться принципом суперпозиции (7.5). Вектор индукции магнитного поля, созданного бесконечно длинным проводником с током, в соответствии с принципом суперпозиции определяется уравнением:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}, \tag{7.6}$$

где I – сила тока в проводнике, r – расстояние от проводника до исследуемой точки магнитного поля.

7.4. Сила Лоренца

Магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные движущиеся в поле заряженные частицы. Силу, действующую на движущуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля, называют *силой Лоренца*.

Сила, которую испытывает элемент тока в магнитном поле – это результирующая всех сил, действующих на отдельные заряды, движущиеся в выделенном элементе проводника с током. Согласно уравнению (7.2) эта сила равна

$$dF = IdlB\sin\theta\,.$$

Силу тока можно представить как количество заряда, протекающего в единицу времени через поперечное сечение проводника $I = q_0 nSdl$, где q_0 – величина заряда отдельной частицы, n – число частиц в единице объема Sdl. Величину dl можно представить как путь, пройденный заряженной частицей за единицу времени, тогда $dl = udt$, dt равно единице. Поэтому $dF = q_0 nuSdlB\sin\theta$, где $Sdl = V$ – объем элемента тока, $nV = N$ – число носителей заряда в элементе тока

$$dF = q_0 uNB\sin\theta\,.$$

Тогда сила, действующая на отдельный заряд, движущийся в магнитном поле, равна

$$F_л = \frac{dF}{N} = q_0 uB\sin\theta\,. \tag{7.7}$$

Чаще всего под силой Лоренца понимают силу, действующую на движущуюся заряженную частицу одновременно со стороны двух полей: электростатического и магнитного

$$\vec{F} = \vec{F}_q + \vec{F}_л.$$

Из формулы (7.7) видно, что магнитное поле не действует на заряженную частицу в двух случаях:

1) если частица неподвижна $u = 0$,
2) если частица движется вдоль силовых линий магнитного поля, $\alpha = 0$.

Если частица влетает в магнитное поле перпендикулярно силовым линиям, $\alpha = 90^\circ$, то сила Лоренца равна: $F_л = q_0 Bu$.

Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки: *если левую руку расположить так, чтобы силовые линии вектора магнитной индукции входили в ладонь, вытянутые пальцы показывали направление скорости, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд*. Если частица имеет отрицательный заряд, то направление силы будет противоположным (см. рисунок 7.8).

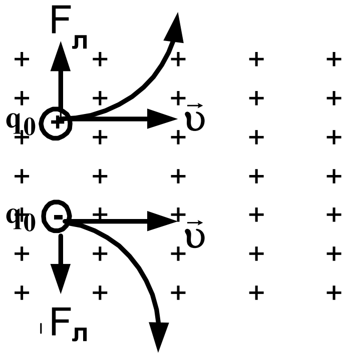

Рис. 7.8

Обозначим крестиками силовые линии магнитного поля, направленные перпендикулярно плоскости чертежа от нас. Сила Лоренца направлена перпендикулярно вектору скорости и вектору индукции, следовательно, является *центростремительной силой*. Под действием этой силы заряды будут двигаться по окружности, расположенной в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. Поскольку сила Лоренца является центростремительной силой, то:

$$F_л = \frac{mu^2}{R} = q_0 uB, \tag{7.8}$$

где m – масса заряженной частицы, R – радиус окружности, по которой движется частица. Из формулы (7.8), следует, что радиус окружности, по которой движется в магнитном поле заряженная частица, определяется по формуле: $R = \dfrac{mu}{q_0 B}$, а период обращения частицы по этой окружности равен $T = \dfrac{2\pi R}{u} = \dfrac{2\pi m}{q_0 B}$. Период не зависит от скорости движения заряженной частицы, а зависит только от ее массы. С помощью силы Лоренца можно разделить поток положительных и отрицательных частиц (см. рисунок 7.8). Сила Лоренца меняет направление скорости, не меняя ее величины. Следовательно, кинетическая энергия частицы не меняется. Значит, постоянное магнитное поле не совершает работы.

7.5. Магнитный поток

Магнитный поток вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ определяется также как и поток вектора напряженности электростатического поля (см. раздел 5.5), т.е. *магнитный поток* – это количество силовых линий, пронизывающих площадку *S*, перпендикулярную силовым линиям. Для однородного магнитного поля поток находится по формуле:

$$\phi = BS\cos\alpha\,, \qquad (7.9)$$

где α – угол между направлением силовых линий магнитного поля и нормалью, восстановленной к площадке *S*.

Для неоднородного магнитного поля поток магнитной индукции соответственно определяется по формуле:

$$\phi = \int BdS\cos\alpha\,. \qquad (7.10)$$

Размерность магнитного потока в системе СИ: [Ф]=[B][S]=1Тл·1м^2= = 1Вб (Вебер).

7.6. Явление электромагнитной индукции

С момента открытия связи магнитного поля с электрическим током делались попытки возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Это удалось Фарадею, открывшему в 1831 году явление электромагнитной индукции. Суть явления в том, что при изменении магнитного потока, пронизывающего проводящий контур, в контуре возникает электрический ток, называемый *индукционным*. Возникновение индукционного тока свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила (ЭДС) индукции ε.

По закону Фарадея ЭДС индукции магнитного поля прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока и не зависит от способа изменения потока:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Знак ”–“ объясняется правилом Ленца: индукционный ток имеет такое направление, чтобы созданное им магнитное поле препятствовало вызвавшему его изменению магнитного потока.

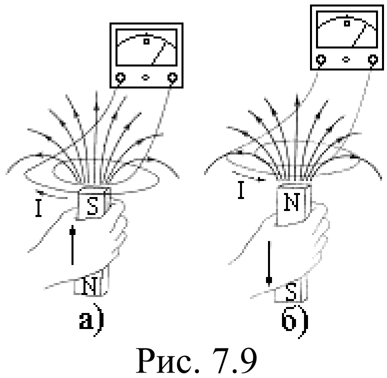

Рис. 7.9

Применим это правило к случаю, изображенному на рисунке 7.9 – относительному движению витка и магнита. Изменяющийся магнитный поток индуцирует ЭДС, которая возбуждает в витке ток, а этот ток создает собственное магнитное поле. На рисунке 7.9*а* изображен случай, когда расстояние между витком и магнитом *уменьшается*; следовательно, индукция магнитного поля, а стало быть, и магнитный поток через виток *увеличиваются.* Силовые линии магнита направлены вверх. Чтобы противодействовать увеличению такого поля, поле индукционного тока должно быть направлено *вниз.* Таким образом, согласно правилу Ленца, направление тока должно быть таким, как показано на рисунке (воспользуйтесь правилом правой руки). На рисунке 7.9*б* поток *уменьшается*, и поэтому индукционный ток создает поле, направленное *вверх,* «пытаясь» противодействовать этому изменению. Направление индукционного тока должно быть таким, как показано на рисунке.

Из формул для магнитного потока (7.9) и (7.10) видно, что магнитный поток можно изменять тремя способами:

1) изменяя индукцию магнитного поля во времени;
2) изменяя площадь контура, который охватывает проводник с током;
3) изменяя угол α между направлением силовых линий и нормалью, проведенной к площадке, охваченной контуром, т.е. вращая контур в магнитном поле.

7.7. Электромагнитные счетчики скорости крови

Для измерения скорости крови в различных сосудах системы кровообращения было разработано множество различных методов, один из которых основан на использовании электромагнитного счетчика. Принцип действия этого прибора основан на законах движения заряженных частиц в магнитном поле. В крови имеется значительное количество электрических зарядов в виде ионов. В плазме крови содержится ~145 ммоль/л ионов Na^+ и около 125 ммоль/л ионов Cl (концентрации других ионов значительно меньше, поэтому ими пренебрегаем).

Предположим, что некоторое количество однозарядных ионов движется внутри артерии со скоростью u .

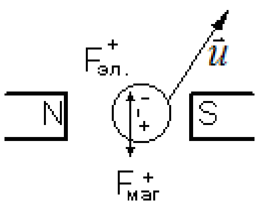

Рис. 7.10

Если артерию поместить между полюсами магнита, то ионы будут двигаться в магнитном поле (см. рисунок 7.9). Под влиянием силы Лоренца положительно и отрицательно заряженные ионы будут двигаться к противоположным стенкам артерии. Эта поляризация артериальных ионов создает электростатическое поле, эквивалентное однородному полю конденсатора. Разность потенциалов на артерии U, диаметр которой равен d, связана с напряженностью электростатического поля следующим образом: $E = \dfrac{U}{d}$. Электростатическое поле действует на ионы с силами, равными $\vec{F} = q\vec{E}$. При условии равновесия электрические и магнитные силы равны и противоположно направлены $F^{\pm}_{эл} = F^{\pm}_{маг.}$. Следовательно, $qE = q\dfrac{U}{d} = quB$, отсюда следует, что $u = \dfrac{U}{Bd}$. Таким образом, скорость крови, текущей по артерии, пропорциональна напряжению, возникающему поперек артерии. Его можно измерить, присоединив электроды к противоположным стенкам артерии.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. МОДУЛЬ СИЛЫ ЛОРЕНЦА ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ ФОРМУЛОЙ
   1) $F = qE$
   2) $F = q\upsilon B \sin\alpha$
   3) $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$
   4) $F = IlB \sin\alpha$

2. ТОК В ВОДНОМ РАСТВОРЕ ЩЕЛОЧИ СОЗДАЕТСЯ НОСИТЕЛЯМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА
   1) только ионами
   2) электронами и «дырками»
   3) электронами и ионами
   4) только электронами

3. СИЛА, С КОТОРОЙ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ, ИМЕЮЩЕЕ НАПРАВЛЕННУЮ ВВЕРХ СОСТАВЛЯЮЩУЮ, ДЕЙСТВУЕТ НА ПРЯМОЛИНЕЙНЫЙ ПРОВОДНИК С ТОКОМ, НАПРАВЛЕННЫМ С СЕВЕРА НА ЮГ, НАПРАВЛЕНА
   1) горизонтально к западу
   2) вертикально вверх
   3) вертикально вниз
   4) горизонтально к востоку

4. ЗАКОН БИО-САВАРА-ЛАПЛАСА ПОЗВОЛЯЕТ ВЫЧИСЛИТЬ
   1) величину индукции магнитного поля любого проводника с током
   2) величину индукции магнитного поля кругового тока
   3) величину индукции магнитного поля вблизи движущего заряда
   4) величину индукции магнитного поля элемента тока

5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРОЯВЛЯЕТСЯ ТАМ, ГДЕ ЕСТЬ
   1) проводник с током
   2) неподвижный заряд
   3) заряженный конденсатор
   4) полупроводник с током

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Магнитный поток внутри контура, площадь поперечного сечения которого 60 см^2, равен 0,3 мВб. Чему равна индукция магнитного поля внутри контура? Поле считать однородным.
2. Чему равен магнитный поток, пронизывающий контур, если при его равномерном уменьшении до нуля за время $2\cdot 10^3$с в контуре возникла ЭДС, среднее значение которой равно 20 В?
3. По круговому витку протекает ток. Как изменится величина магнитного поля в центре витка, если радиус витка и силу тока увеличить в 2 раза?
4. В однородном магнитном поле первый электрон движется перпендикулярно вектору магнитной индукции, второй – по направлению вектора магнитной индукции, третий неподвижен. На какой из этих электронов со стороны магнитного поля действует сила, отличная от нуля?
5. Как направлены силовые линии магнитного поля прямолинейного проводника, по которому ток течет в направлении на вас?

ГЛАВА 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

8.1. Взаимные превращения электрических и магнитных полей

Остановимся на природе ЭДС в случае изменения магнитного потока за счет изменения вектора индукции магнитного поля (1-й способ). Из сказанного в разделе 6.1 мы знаем, что электродвижущая сила в любой цепи возникает только в том случае, если в этой цепи на заряды действуют какие-либо сторонние силы, т.е. силы не электростатического происхождения. Откуда следует, что чтобы возникла ЭДС, необходимо существование поля сторонних сил с напряженностью E^*. Исходя из закона Ома в дифференциальной форме, плотность тока, возникающего в контуре, должна совпадать по направлению с напряженностью поля, так как контур, по которому течет индукционный ток, замкнутый, то силовые линии этого поля должны быть тоже замкнутыми. Значит, это поле будет отличаться от электростатического поля. Силовые линии электростатического поля всегда разомкнуты; они начинаются и заканчиваются на электрических зарядах (см. раздел 5.3), и в соответствии с этим напряжение по замкнутому контуру в электростатическом поле всегда равно нулю. По этой причине электростатическое поле не может поддерживать замкнутое движение зарядов и, следовательно, не может привести к возникновению электродвижущей силы. Возникшее поле, имеющее замкнутые силовые линии, получило название вихревого электрического поля. Источником вихревого электрического поля является переменное магнитное поле.

Таким образом, углубленное истолкование явления электромагнитной индукции приводит к следующему выводу, выражающему первое основное положение Максвелла: *всякое изменение магнитного поля вызывает появление вихревого электрического поля.*

Анализируя различные электромагнитные процессы, Максвелл пришел к заключению, что должно существовать и обратное явление:

всякое изменение электрического поля вызывает появление вихревого магнитного поля. Это утверждение является вторым основным положением теории Максвелла.

Поскольку магнитное поле есть обязательный признак всякого тока (см. раздел 7.1), то Максвелл назвал переменное электрическое поле током смещения, в отличие от тока проводимости, обусловленного движением заряженных частиц. Ток смещения должен измеряться в тех же единицах, что и ток проводимости, поэтому количественно ток смещения можно оценить следующим образом:

$$I_{см.} = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt},$$

где ϕ_E – поток вектора напряженности электрического поля. Таким образом, для получения магнитного поля не нужно иметь проводники с током. Магнитные и электрические поля могут существовать в пространстве в свободном состоянии, превращаясь одно в другое, причем эти поля взаимосвязаны. Совокупность взаимосвязанных электрического и магнитного полей называется *электромагнитным полем*.

8.2. Образование свободных электромагнитных волн

Распространяющееся в пространстве электромагнитное поле, в котором напряженность электрического и индукция магнитного полей изменяются по периодическому закону, называется электромагнитной волной.

Представим себе, что в некоторой точке *O* (см. рисунок 8.1) создано каким-либо образом электрическое поле $\vec{E}$. Если это поле не имеет поддерживающих его источников, то поле будет исчезать, но убывающее поле $\vec{E}$, согласно Максвеллу, вызывает магнитное поле $\vec{B}$, силовые линии которого направлены по часовой стрелке (глядя сверху на рисунке 8.1), так как в среде не имеется постоянных токов, поддерживающих магнитное поле, то это последнее будет исчезать и вызовет вихревое электрическое поле $\vec{E}_1$. Силовые линии этого поля будут направлены против часовой стрелки. Поле $\vec{E}_1$ уничтожит первоначальное поле $\vec{E}$ в точке *O*, но зато проявится в соседней точке 1. Исчезая в точке 1, электрическое поле $\vec{E}_1$ приведет к появлению магнитного поля $\vec{B}_1$, которое направлено как и поле $\vec{B}$. Поле $\vec{B}_1$ уничтожит поле $\vec{B}$ и обнаружится в более удаленной точке и т.д. Таким образом, вместо

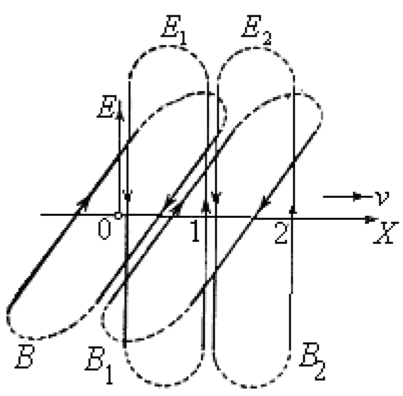

Рис. 8.1

первоначального поля $\vec{E}$ мы получим электрическое и магнитное поля, взаимно связанные друг с другом и распространяющиеся в пространстве, т.е. электромагнитную волну (см. рисунок 8.2).

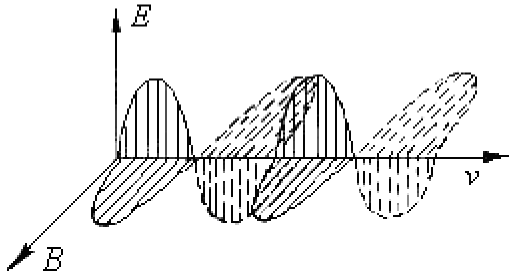

Рис. 8.2

Электромагнитную волну можно графически представить в виде двух синусоид, лежащих во взаимно перпендикулярных плоскостях (см. рисунок 9.2). Одна синусоида отражает колебания вектора напряженности электрического поля, другая – вектора индукции магнитного поля. Вектор скорости распространения электромагнитной волны будет перпендикулярен векторам $\vec{E}$ и $\vec{B}$

$$E = E_0 \sin\omega(t-\tau) = E_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right),$$

$$B = B_0 \sin\omega(t-\tau) = B_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

Эти формулы выражают закон изменения электрического и магнитного полей в электромагнитной волне, распространяющейся в направлении x. Они называются *уравнением электромагнитной волны*, где c – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВОЗДУХЕ ПРОИСХОДЯТ КОЛЕБАНИЯ

1) молекул воздуха
2) плотности воздуха
3) напряженности электрического и индукции магнитного полей
4) концентрации кислорода

2. СОГЛАСНО ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА, ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ ИЗЛУЧАЮТСЯ

1) только при равномерном движении электронов по прямой
2) только при гармонических колебаниях заряда
3) только при равномерном движении заряда по окружности
4) при любом ускоренном движении заряда

3. ЗАРЯЖЕННАЯ ЧАСТИЦА НЕ ИЗЛУЧАЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ВАКУУМЕ

1) при равномерном прямолинейном движении
2) при равномерном движении по окружности
3) при колебательном движении

4) при любом движении с ускорением

4. ДИАПАЗОН ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН, ВОСПРИНИМАЕМЫЙ ЧЕЛОВЕЧЕСКИМ ГЛАЗОМ

1) микроволновое излучение
2) инфракрасное излучение
3) видимое излучение
4) гамма-излучение

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ЯВЛЯЕТСЯ

1) совокупность взаимосвязанных электрических полей
2) совокупность взаимосвязанных электрического и магнитного полей
3) совокупность взаимосвязанных магнитных полей
4) совокупность взаимосвязанных ни электрического и ни магнитного полей

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Какие излучения используются в медицине?
2. Радиостанция работает на частоте 60 МГц. Найдите длину электромагнитных волн, излучаемых антенной радиостанции.
3. Напряженность электрического поля в электромагнитной волне, распространяющейся на север, колеблется в направлении восток – запад. Укажите направление колебаний индукции магнитного поля этой волны.
4. Может ли электромагнитная волна распространяться в абсолютном вакууме? А звуковая волна?

ГЛАВА 9. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

9.1. Законы геометрической оптики

Длины воспринимаемых глазом световых волн очень малы (порядка 10^{-7}м). Поэтому, отвлекаясь от волновой природы света, его распространение можно в первом приближении рассматривать вдоль некоторых линий, называемых лучами. В предельном случае, соответствующем $\lambda \to 0$, законы можно сформулировать на языке геометрии. В соответствии с этим раздел оптики, в котором пренебрегают конечностью длин волн, называется геометрической оптикой.

Основу геометрической оптики образуют четыре закона: 1) закон прямолинейного распространения света; 2) закон независимости световых лучей; 3) закон отражения света; 4) закон преломления света.

Изотропной средой называется такая среда, свойства которой во всех направлениях оказываются одинаковыми. Если свойства среды одинаковы во всех ее точках, то среда называется однородной. В однородных изотропных средах свет во всех направлениях распространяется с одной и той же скоростью.

Закон прямолинейного распространения света утверждает, что в однородной изотропной среде свет распространяется прямолинейно.

Закон независимости световых лучей утверждает, что лучи при пересечении не взаимодействуют друг с другом. Пересечение лучей не мешает каждому из них распространяться независимо друг от друга.

При падении светового луча на границу раздела двух сред образуются отраженный и преломленный лучи (см. рисунок 9.1).

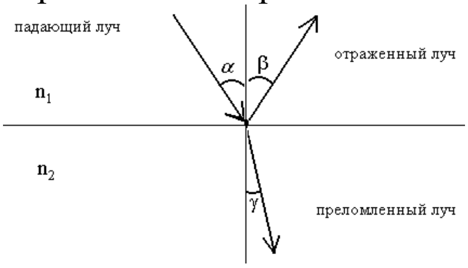

Рис. 9.1

Закон отражения света утверждает, что отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, восстановленным в точку падения A; угол отражения β равен углу падения α.

Закон преломления света формулируется следующим образом: преломленный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точку падения A; отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления γ есть величина постоянная для данных двух сред:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{12}. \qquad (9.1)$$

Величина n_{12} называется *относительным показателем преломления* второй среды относительно первой:

$$n_{12} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (9.2)$$

где n_1 и n_2 – абсолютные показатели преломления среды 1 и 2 соответственно.

Абсолютный показатель преломления показывает, во сколько раз скорость распространения света в среде u меньше скорости распространения света в вакууме c.

$$n = \frac{c}{u}.$$

9.2. Закон полного внутреннего отражения

Заменив в формуле (9.1) n_{12} выражением (9.2), закон преломления можно представить в виде:

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\gamma. \qquad (9.3)$$

Из формулы (9.3) видно, что при переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную ($n_1 > n_2$) преломленный луч света удаляется от нормали к поверхности раздела двух сред, т.е. угол γ больше угла α. Увеличение угла падения α сопровождается более быстрым ростом угла преломления γ, при достижении углом α значения

$$\alpha_{\text{пред}} = \arcsin n_{12}\,, \tag{9.4}$$

угол γ становится равным $\pi/2$. Угол падения, при котором угол преломления равен $\pi/2$, называется *предельным углом падения*. Если угол падения α будет больше предельного угла падения $\alpha_{\text{пред}}$, то наблюдается явление *полного внутреннего отражения*: луч света, падающий на границу раздела двух сред, полностью отражается обратно в первую среду, а преломление прекращается.

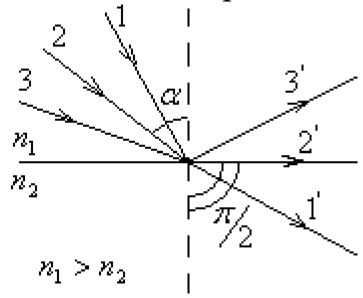

Рис. 9.2

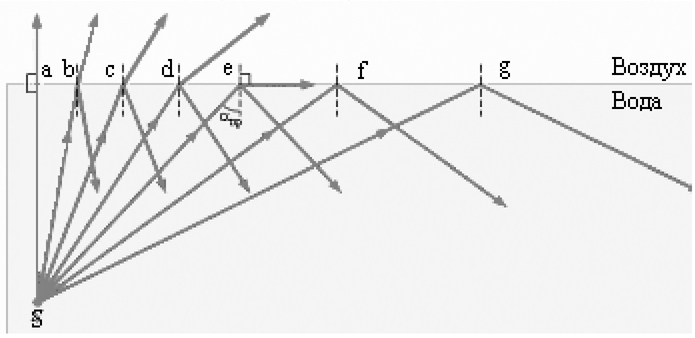

Рис. 9.2а

Таким образом, для того чтобы наблюдалось явление полного внутреннего отражения, необходимо осуществление двух условий: 1) луч должен переходить из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную; 2) угол падения должен быть больше значения предельного угла падения.

На измерении предельного угла падения основано устройство рефрактометров – приборов для определения показателя преломления жидкостей. В медицине рефрактометры применяются для определения концентрации веществ в растворе (например, позволяют контролировать качество приготовления лекарственных препаратов).

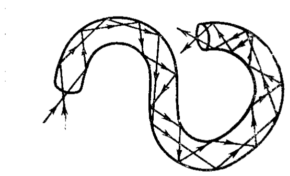
Рис. 9.3.

Явление полного внутреннего отражения лежит в основе волоконной оптики. Свет, попадая внутрь прозрачного волокна, окруженного веществом с меньшим показателем преломления, многократно отражается от боковой поверхности волокна и распространяется вдоль этого волокна. Диаметр этих тонких стеклянных или пластиковых волокон может быть доведен до нескольких микрометров. Для передачи больших световых потоков и сохранения гибкости светопроводящей системы отдельные волокна собираются в пучки (жгуты) – световоды. Рисунок 9.3 демонстрирует, как распространяется свет по тонкому волокну, испытывая только скользящие отражения от стенок, т.е. полное внутреннее отражение. Если световоду придать сложную форму, то угол падения обычно превышает предельный, и свет будет передан от одного торца световода до другого практически без ослабления. Этот эффект используется в декоративных светильниках и при подсветке струй в фонтане. Световоды можно использовать для освещения труднодоступных мест, например, внутренних органов человека. Вводя через пищевод больного световод, врач получает возможность визуально обследовать стенки желудка. По одним волокнам посылается свет для освещения желудка, а по другим идет отраженный свет. На противоположном торце световода наблюдатель видит серию светлых и темных пятен (как на телевизионном экране), т.е. картину у противоположного торца световода. Волокна должны быть оптически изолированы друг от друга. Обычно на них наносится вещество с меньшим показателем преломления. Волокна должны быть строго параллельны, иначе изображение не получится четким. Чем больше волокон в световоде и чем они тоньше, тем лучше разрешаются детали изображения.

9.3. Принцип Ферма

В основу геометрической оптики может быть положен принцип Ферма. Из этого принципа вытекают законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света. В формулировке самого Ферма принцип гласит, что свет распространяется по такому пути, для прохождения которого ему требуется минимальное время.

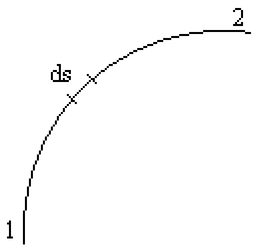

Рис. 9.4

Для прохождения прямолинейного участка пути ds (см. рисунок 9.4) свету требуется время $dt = ds/u$, где u – скорость распространения света в данной среде. Заменив u через c/n, получим, что $dt = \left(\frac{1}{c}\right) nds$. Следовательно, время τ, затрачиваемое светом на прохождение пути от точки 1 до точки 2, равно $\tau = \int_1^2 dt = \frac{1}{c}\int_1^2 nds$. Имеющая разность длины величина $L = \int_1^2 nds$ называется оптической длиной пути. В однородной среде оптическая длина пути равна произведению геометрической длины пути s на показатель преломления среды n: $L = ns$. Пропорциональность времени прохождения τ оптической длине пути L дает возможность сформулировать принцип Ферма следующим образом:

свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна.

9.4. Линзы

Прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями, называется *линзой* (см. рисунок 9.5).

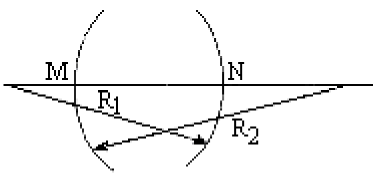

Рис. 9.5

Прямую линию, на которой лежат центры сферических поверхностей, образующих линзу, называют главной оптической осью линзы. Главная оптическая ось линзы пересекает сферические поверхности в точках M и N – это вершины линзы. Если расстоянием MN можно пренебречь по сравнению с R_1 и R_2, то линза называется *тонкой*. В этом случае точка M совпадает с точкой N, и тогда точка M будет называться *оптическим центром линзы* (см. рисунок 9.5).

Точка, в которой собираются линзой лучи от бесконечно удаленного источника (бесконечно удаленный источник дает параллельный пучок лучей), называется *фокусом линзы*. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно к главной оси, называется *фокальной плоскостью*. Расстояние от оптического центра линзы до фокуса называется *фокусным расстоянием* F. Величина фокусного расстояния определяется следующим соотношением:

$$\frac{1}{F}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}, \tag{9.5}$$

где n – относительный показатель преломления материала линзы, d – расстояние от объекта до линзы, f – расстояние от линзы до изображения, R_1 и R_2 – радиусы кривизны сферических поверхностей, образующих линзу. Эта общая формула линзы применяется для выпуклых и вогнутых линз при любом расположении источника. Нужно только принять во внимание знаки d, f, R_1 и R_2. Знаки определяются следующим образом:

1. Радиус кривизны считается положительным, если свет падает на выпуклую поверхность, и отрицательным, если свет падает на вогнутую поверхность.

2. Расстояние от объекта до линзы d положительно, если расстояние измеряется по ходу луча, в противном случае оно отрицательно.

3. Расстояние от линзы до изображения f положительно, если расстояние измеряется по ходу луча, в противном случае оно отрицательно.

В зависимости от знака и величины R_1 и R_2, а также от знака $(n-1)$ фокусное расстояние F может быть положительным или отрицательным, соответственно фокус называют действительным или мнимым. Если фокусы действительны, параллельные лучи после преломления в линзе сходятся и линза называется собирающей (см. рисунок 9.6а). При мнимых фокусах параллельные лучи после преломления в линзе становятся расходящимися. Поэтому такие линзы называются рассеивающими или отрицательными (см. рисунок 9.6б).

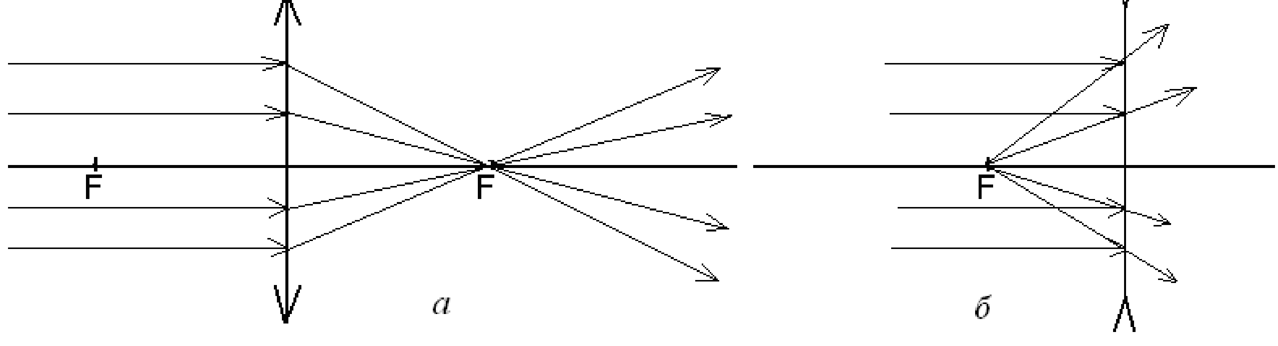

Рис. 9.6

Если материал линзы преломляет сильнее, чем окружающая среда (например, стеклянная линза в воздухе), то собирающими будут линзы двояковыпуклые.

Виды линз показаны на рисунках 9.7а и 9.7б. Первая группа линз, находящихся в воздухе, это собирающие линзы. На рисунке 9.7б показаны линзы, которые в воздухе пучки света будут рассеивать.

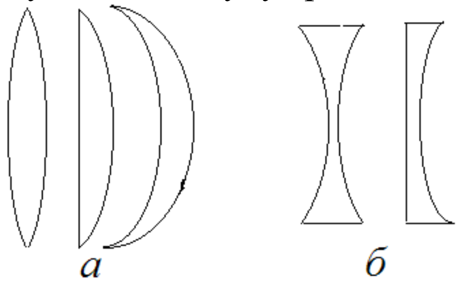

Рис. 9.7

Если материал, из которого изготовлены линзы, преломляет меньше, чем окружающая среда (например, воздушная полость в воде), то линзы вида 9.7а будут рассеивающими, а вида 9.7б собирающими.

Величину, обратную фокусному расстоянию, называют оптической силой линзы. Оптическую силу измеряют в диоптриях. Оптической силой в 1 диоптрию обладает линза фокусным расстоянием 1 м:

$$D = \frac{1}{F}. \tag{9.6}$$

Лучевой метод нахождения расположения предмета

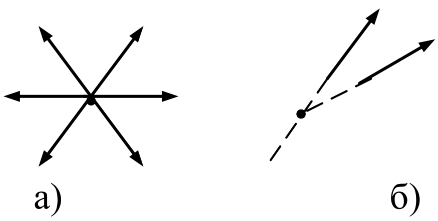

Рис. 9.8

Мы уже знаем, что в однородной прозрачной среде свет распространяется прямолинейно. Рассмотрим точечный источник света (*точечным* считается источник, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями, на которых рассматривается его действие). Лучи света, исходящие из этого источника, направлены вдоль радиусов (см. рисунок 9.8а). Лучевой метод нахождения расположения предмета основывается на законе прямолинейного распространения света. Если известны направления нескольких лучей, выходящих из точечного источника, то всегда можно определить положение этого источника. Следует просто продолжить хотя бы два таких луча в направлении, противоположном их распространению, до их пересечения. Точка их пересечения и является положением точечного источника (см. рисунок 9.8б).

Когда пучок расходящихся лучей попадает из источника в глаз, то хрусталик глаза автоматически меняет свою форму так, чтобы расходящиеся из точечного источника лучи собирались на сетчатке глаза; таким образом, мы получаем изображение точки. Этот процесс дает те же сведения, которые мы получаем, продолжая лучи до их пересечения.

Лучевой метод нахождения расположения предмета используется при построении изображений. *Изображением точечного источника* называют точку, в которой пересекаются лучи или их продолжения от этого источника после прохождения ими оптической системы (зеркало, призма, линза).

9.5. Правила хода лучей в собирающей линзе

Рассмотрим построение изображений в линзах. Для этого предмет, изображение которого строится, необходимо разбить на точечные источники. Изображение всех точек предмета строят при помощи трех характерных лучей, ход которых мы и рассмотрим.

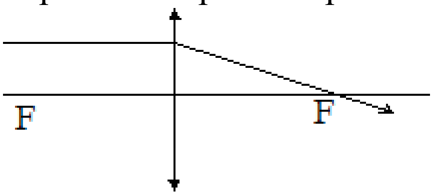

Рис. 9.9

1. Луч, падающий на линзу параллельно оптической оси, после преломления пройдет через фокус, лежащий на этой оптической оси.

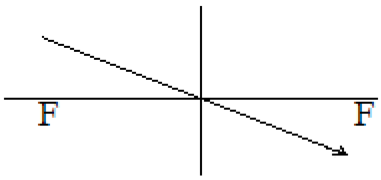

Рис. 9.10

2. Луч, идущий через оптический центр линзы, не меняет своего направления.

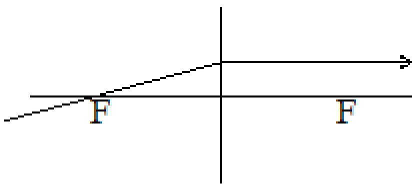

Рис. 9.11

3. Луч, проходящий через передний фокус, после преломления в линзе пойдет параллельно оптической оси.

С помощью любых двух лучей можно построить изображение любой точки предмета и тем самым сам предмет как совокупность точек. Точка пересечения двух любых характерных лучей или их продолжений является изображением. Построим изображение предмета AB в собирающей линзе, если предмет располагается на расстоянии $d > 2F$ от тонкой линзы. Разделим предмет на точки. Если предмет представляет собой отрезок прямой, который перпендикулярен главной оптической оси, то для построения изображения предмета достаточно построить только изображение одной точки A. Чтобы найти положение точки A', являющейся изображением точки A, выберем два луча, ход которых нам известен (любые два луча из рассмотренных ранее). Во-первых, это луч, параллельный главной оптической

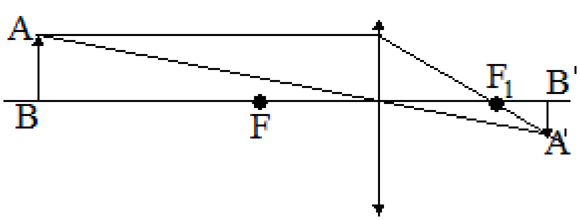

Рис. 9.12

оси, после преломления в линзе он пройдет через ее задний фокус F_1. Во-вторых, это луч, идущий через оптический центр линзы, он проходит через линзу, не преломляясь. На рисунке 9.12 показано построение изображения предмета *AB*.

Правило хода лучей в рассеивающей линзе (см. рисунок 9.13):

1) лучи, падающие на линзу параллельно какой-нибудь оптической оси, после преломления пойдут так, что их продолжения пройдут через фокус, лежащий на оптической оси;

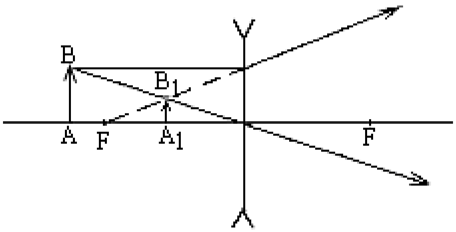

Рис. 9.13

2) луч, идущий через оптический центр линзы, не меняет своего направления.

На рисунке 9.13 показано построение изображения предмета *AB* в рассеивающей линзе.

Линейное увеличение, даваемое линзой – это величина, равная отношению линейных размеров изображения к линейным размерам самого предмета, и находится по формуле:

$$k = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}, \qquad (9.7)$$

где H – высота изображения, h – высота предмета.

9.6. Оптическая система глаза

Глаз человека представляет собой почти сферическое образование, имеющее средней диаметр приблизительно 23 мм. Наружную оболочку глаза образует склера 1; она защищает внутреннее содержимое глаза и сохраняет его жесткость. На передней поверхности склера переходит в тонкую прозрачную роговицу 2, через которую в глаз проникает свет. За роговицей расположена радужная оболочка 3 с отверстием – зрачком. Радужная оболочка представляет собой мышечное кольцо, окрашенное пигментом. Это кольцо, сжимаясь или растягиваясь, меняет размеры зрачка и тем самым – величину светового потока, попадающего в глаз (см. рисунок 9.14).

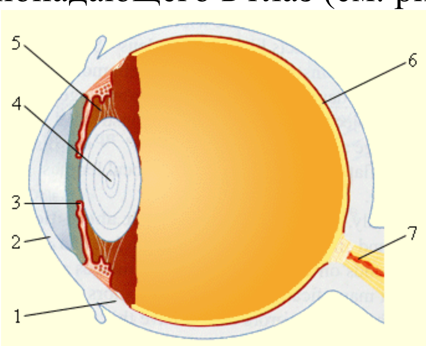

Рис. 9.14

За радужной оболочкой находится хрусталик 4 – эластичное линзоподобное тело. С помощью цилиарной связки 5, которая может натягиваться и расслабляться, меняются радиусы кривизны поверхности хрусталика и тем самым – его оптическая сила [см. уравнение (9.8)]. Полость между роговицей и хрусталиком заполнена водянистой влагой; за хрусталиком находится стекловидное тело. Роговица, водянистая влага, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему, аналогичную линзе с оптической силой около 58,5 диоптрии при расслабленной цилиарной связке, и при максимальном напряжении около 70 Дп. Оптический центр этой системы расположен на расстоянии около 5 мм от роговицы.

Сетчатка представляет собой полусферу, состоящую из рецепторных клеток, имеющих форму колбочек и палочек. Всего в глазу 125 млн палочек и 6,5 млн колбочек. Эти светочувствительные клетки находятся на задней поверхности сетчатки, которая лежит на сосудистой оболочке 6. В некоторой области сбоку от оптической оси нервные клетки сетчатки объединяются и образуют зрительный нерв 7, выходящий из глаза. В этом месте нет ни палочек, ни колбочек, и потому здесь образуется нечувствительное к свету слепое пятно. В центре сетчатки, на оптической оси, находится центральная ямка – область наибольшей остроты зрения. Здесь сосредоточены светочувствительные колбочки, с помощью которых глаз ощущает цвета. В остальных участках сетчатки расположены в основном палочки.

Под действием света в палочках происходит перестройка особого вещества – зрительного пурпура (родопсина). Родопсин – это соединение одной из форм витамина *A* (ретинена) с белком сетчатки (оксином). Под действием света ретинен переходит из одной формы в другую (из цис-в транс-форму),что вызывает генерацию в клетке нервного импульса, который через зрительный нерв передается в мозг.

Генерация импульса происходит за счет энергии, запасенной в рецепторной клетке, свет играет лишь роль пускового механизма для реакции. Этим объясняется высокая чувствительность палочек – каждая палочка способна реагировать на один квант света.

Палочки осуществляют так называемое сумеречное зрение, с помощью которого обнаруживаются размеры и форма предметов, но не их цвета.

Цветовое зрение осуществляется с помощью колбочек, что возможно, если изображение предмета попадает на центральную ямку. Существует три вида колбочек, которые различно реагируют на разные длины волн. Одни из них лучше реагируют на зеленый свет, другие – на красный и третьи – на синий. Промежуточные цвета воспринимаются при одновременном раздражении двух или трех типов колбочек. В зависимости от степени раздражения каждого из этих типов колбочек мозг получает различные серии нервных импульсов и интерпретирует их как разные цвета.

9.7. Аккомодация

Глаз должен видеть одинаково хорошо предметы, расположенные на разных расстояниях от него. Как бы не менялось расстояние от предмета до глаза, на сетчатке должно получаться четкое изображение. Но расстояние между сетчаткой глаза и его оптическим центром фиксировано, значит, согласно уравнению (9.5), которое можно преобразовать к виду:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}.$$

Изображение может получиться на сетчатке глаза только при условии, что одновременно с изменением расстояния до предмета меняется фокусное расстояние оптической системы глаза. Изменение фокусного расстояния оптической системы глаза может происходить за счет изменения радиусов кривизны поверхности хрусталика (см. уравнение 9.5). Это явление называется *аккомодацией.*

Аккомодация происходит непроизвольно. Как только глаз переводится с одного предмета на другой, нарушается резкость изображения, о чем в мозг приходит сигнал. Обратный сигнал из мозга к цилиарной мышце вызывает ее сокращение или растяжение до тех пор, пока не получится резкое изображение. Точка, которую глаз видит при расслабленной цилиарной мышце, называется дальней точкой, видимая при максимальном напряжении – ближней точкой. Для нормального глаза дальняя точка лежит бесконечно далеко, ближняя на расстоянии около 15-20 см.

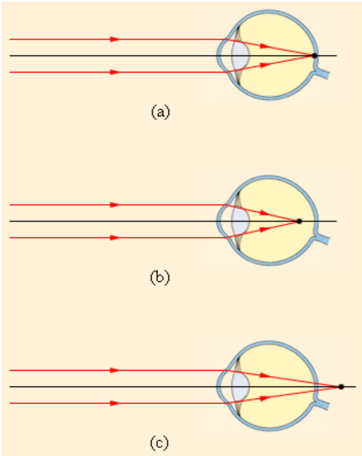

Рис. 9.15 Изображение удаленного предметавглазе:
a – нормальныйглаз;
b – близорукийглаз;
c – дальнозоркийглаз.

При близорукости дальняя точка лежит на конечном расстоянии, иногда при сильной близорукости – очень близко от глаза. Соответственно приближается и ближняя точка, поэтому близорукие люди для лучшей видимости приближают предметы к глазу. Близорукость вызывается либо вытянутостью глазного яблока, либо спазмом цилиарной мышцы. Коррекция близорукости производится с помощью очков с рассеивающими линзами.

Дальнозоркость вызвана либо уменьшенными размерами глазного яблока, либо слабой аккомодацией, что приводит к удалению ближней точки от глаза. Для коррекции этого недостатка глаза применяются очки с собирающими линзами.

На рисунке 9.16 демонстрируется подбор очков для коррекции зрения.

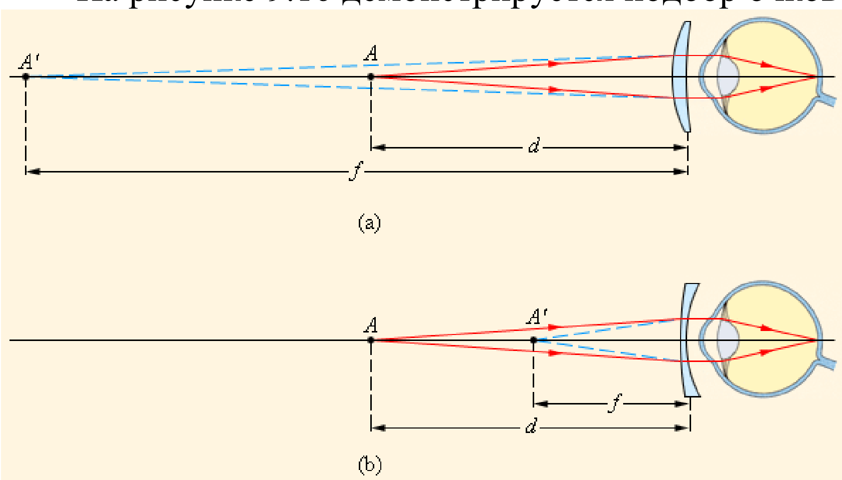

Рис. 9.16. Подбор очков для чтения
для дальнозоркого (*a*) и близорукого (*b*) глаза

Предмет *A* располагается на расстоянии d=d_0=25 см наилучшего зрения нормального глаза. Мнимое изображение A' располагается на расстоянии *f*, равном расстоянию наилучшего зрения данного глаза.

9.8. Угол зрения. Разрешающая способность глаза

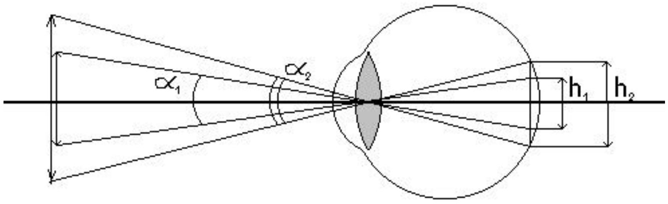

Рис. 9.17

Величина изображения предмета на сетчатке определяется исключительно углом зрения α с вершиной в оптическом центре глаза и с лучами, направленными на крайние точки предмета (см. рисунок 9.17). Можно увеличить угол зрения, приблизив предмет к глазу. Однако при этом усиливается напряжение цилиарной мышцы и глаз устает. Особенно трудно аккомодировать глаз, если предмет расположен около ближней точки.

Расстоянием наилучшего зрения называется такое расстояние от предмета до глаза, при котором угол зрения оказывается максимальным, а напряжение цилиарных мышц не чрезмерно велико и глаз не устает. У нормального глаза расстояние наилучшего зрения около 25 см. Близоруким людям нужно приблизить предмет к глазу; это позволяет им различать довольно малые предметы. Наоборот, дальнозоркие люди затрудняются в различии мелких предметов.

Две точки изображения будут восприниматься раздельно, если они попадут на две разные светочувствительные клетки сетчатки. В противном случае они будут возбуждать лишь одну клетку. Принято говорить, что глаз не разрешает две разные точки предмета, если их изображения получаются на одном светочувствительном элементе сетчатки. Разрешающая способность глаза оценивается по минимальному углу зрения, под которым при хорошем освещении две точки видны отдельно.

Опыт дает для минимального угла зрения значение около угловой минуты ($\alpha = 1'$), если освещенность предмета около 5 лк. Это соответствует примерно расстоянию между двумя соседними палочками или колбочками, равному 5 микронам.

С уменьшением освещенности разрешающая способность глаза ухудшается; как говорят, падает острота зрения. Под остротой зрения понимают величину, обратную наименьшему разрешаемому при данной освещенности углу, выраженному в минутах: $B = 1/\alpha$. Она меняется от 0,3 при освещенности менее 0,1 лк до 1,3 при освещенности более 100 лк.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. АСТИГМАТИЗМ ЗРЕНИЯ СВЯЗАН

1) с размерами глазного яблока
2) с тем, что поверхность хрусталика или роговицы глаза не является сферической
3) показатель преломления хрусталика меняется
4) с большой кривизной поверхности сетчатки

2. УГОЛ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ ЛУЧА СВЕТА НА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД РАВЕН

1) преломленного луча не будет
2) 30°
3) 0°
4) 45°

4. УГОЛ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРИ ПРЕДЕЛЬНОМ УГЛЕ ПАДЕНИЯ РАВЕН

1) 90°
2) 0°
3) 30°
4) 45°

5. ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ЧЕТКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА СЕТЧАТКЕ ГЛАЗА ПРИ ПЕРЕВОДЕ ВЗГЛЯДА С УДАЛЕННЫХ ПРЕДМЕТОВ НА БЛИЗКИЕ ИЗМЕНЯЕТСЯ

1) форма хрусталика
2) размер зрачка
3) форма глазного яблока
4) форма глазного дня

6. АБСОЛЮТНЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ МОЖЕТ ПРИНИМАТЬ ЗНАЧЕНИЯ

1) любые
2) меньше единицы
3) больше или равно единице
4) меньше или равно 0

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Два зеркала наклонены друг к другу и образуют двугранный угол α. На них падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. Найти, на какой угол повернется отраженный луч после отражения от обоих зеркал.
2. Может ли луч света в воздухе испытать полное внутреннее отражение, падая на гладкую поверхность воды под прямым углом?

3. У плоско вогнутой линзы из стекла одна поверхность плоская, а радиус кривизны другой равен R=18,4 см. Чему равно фокусное расстояние такой линзы?
4. У дальнозоркого человека расстояние наилучшего зрения равно 100 см. Какую оптическую силу должны иметь его линзы, чтобы он мог читать газету с расстояния 25 см? Для простоты будем считать, что линзы очков располагаются вплотную к глазам.

ГЛАВА 10. ВОЛНОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА

Законы геометрической оптики описывают поведение светового луча и не рассматривают его природу.

Волновые свойства света проявляются в таких оптических явлениях, как интерференция, дифракция и поляризация, а такие физические явления, как поглощение света веществом и дисперсия света, могут быть объяснены как волновыми свойствами света, так и фотонной теорией света.

10.1. Волновая оптика. Диапазоны электромагнитных волн

Диапазон электромагнитных волн очень широк, нас будут интересовать только электромагнитные волны, частоты колебаний векторов напряженности электрического поля $\vec{E}$ и магнитного поля $\vec{H}$, в которых сравнимы с собственными частотами колебаний атомов и молекул, а длины волн сравнимы с молекулярными размерами и межмолекулярными расстояниями. Этот диапазон назвали оптическим. Выделим в нем следующие области:

1) ультрафиолетовая область, длины волн лежат в пределах от 5×10^{-8} до 4×10^{-7} м;

2) видимая область, длины волн лежат в пределах $(4\text{-}7)\times10^{-7}$ м;

3) инфракрасная область, длины волн лежат в пределах от 7×10^{-7} м до 10 м.

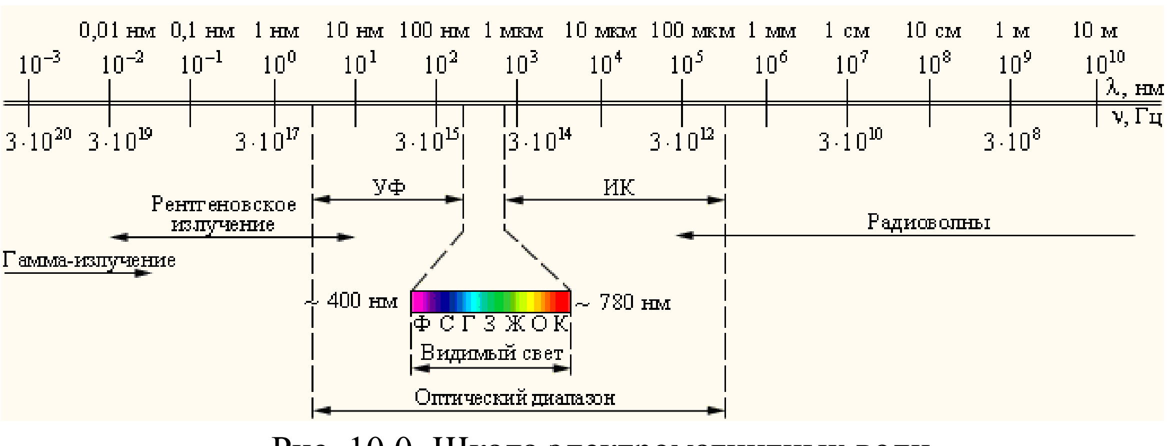

Рис. 10.0. Шкала электромагнитных волн.
Границы между различными диапазонами условны

Таким образом, свет оптического диапазона является очень удобным инструментом исследования явлений, происходящих на межмолекулярном уровне. Применение оптических методов позволяет определять показатель преломления вещества с точностью до шестого знака после запятой (интерференционные микроскопы). Оптические методы исследования биологических жидкостей основываются на явлениях дифракции, поглощения света, дают возможность определять состав вещества, размеры различных частиц. Существенными достоинствами этих методов являются широкий диапазон регистрируемых размеров, отсутствие предварительной обработки изучаемой пробы.

Рассмотрим распространение световой волны в изотропном, однородном пространстве. Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые и новые части пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t, называется *фронтом волны*. Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от части пространства, в которой колебания еще не возникли. Если источник возмущений мал (точечный источник) и скорость распространения волн во все стороны одинакова, то, очевидно, фронт волны должен иметь вид сферической поверхности, центр кривизны которой совпадает с местонахождением источника. В этом случае волна называется сферической. Если источник находится очень далеко от области наблюдения, то фронт волны представляется частью сферической поверхности очень большого радиуса. Если радиус кривизны поверхности стремится к бесконечности, то такая поверхность представляет собой плоскость. Волна, фронт волны которой представляется плоскостью, называется *плоской волной*. Фронт волны всегда перемещается вдоль направления нормали к фронту. Направление, по которому распространяется волна, называется *лучом*, т.е. фронт волны и луч всегда взаимно перпендикулярны.

Рис. 10.1

Распространение световой волны в пространстве можно объяснить с помощью принципа Гюйгенса, который устанавливает способ построения фронта волны в момент времени $t+\Delta t$ по известному положению фронта волны в момент времени t. Согласно принципу Гюйгенса, каждую точку на первичном волновом фронте следует рассматривать как источник вторичной сферической волны. Поэтому, изобразив ряд сферических волн, исходящих из первичного волнового фронта, а затем, построив их огибающую, мы получим форму и положение всей волны в более поздний момент времени (см. рисунок 10.1). По сути своей, Гюйгенс, рассматривая распространение волны в пространстве, действие первичного источника заменил совокупностью вторичных источников.

10.1.1. Интерференция света

Интерференцией света называется явление взаимного усиления или ослабления двух когерентных волн при их наложении в пространстве.

Рассмотрим условия наблюдения интерференции, т.е. попытаемся сформулировать условия когерентности.

Пусть в некоторой точке пространства P одновременно существуют две произвольные (в общем случае немонохроматические) электромагнитные волны, которые характеризуются векторами напряженности электрических полей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ и векторами индукции магнитных полей $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$. Все приборы, регистрирующие электромагнитные волны (в том числе и человеческий глаз), используют действие полей на заряженные частицы. Опыт и теоретические расчеты показывают, что при взаимодействии электромагнитных полей с веществом основное действие производит электрическое поле, так как при прочих равных условиях кулоновская сила во много раз больше силы Лоренца. Поэтому мы будем чаще всего рассматривать действие электрической составляющей электромагнитной волны, а вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ будем называть *световым вектором*.

Френель и Араго обнаружили на опыте, что две световые волны, распространяющиеся в одном направлении, никогда не интерферируют между собой, если E_1 и E_2 перпендикулярны друг к другу, т.е. интерферируют лишь волны, возбуждающие в некоторой точке пространства колебания одинакового направления.

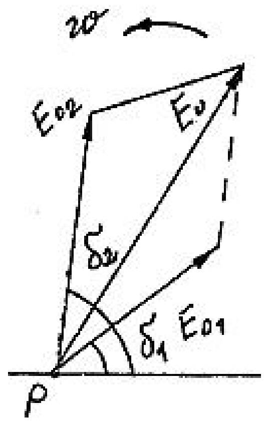

Рис. 10.2

Запишем уравнения этих колебаний:

$$E_1 = E_0 \cos(\omega_1 t + \alpha_1),$$
$$E_2 = E_0 \cos(\omega_2 t + \alpha_2).$$

Обозначим фазу колебаний первой волны $\omega_1 t + \alpha_1 = \delta_1$, а второй волны $\omega_2 t + \alpha_2 = \delta_2$.

Если $\omega_1 \sim \omega_2$, то амплитуда результирующего колебания, возникающего в точке P, находится с помощью векторной диаграммы (см. рисунок 10.2) и определяется выражением:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 \pm 2E_{01}E_{02}cos(\delta_1 - \delta_2). \qquad (10.1)$$

Усреднённое по времени значение квадрата напряжённости электрического поля называют *интенсивностью света*, поэтому из выражения (10.1) следует:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\delta_2 - \delta_1). \qquad (10.2)$$

Анализируя уравнение (10.2), сделаем следующие выводы:

1. Если разность фаз постоянна и принимает следующие значения $(\delta_2 - \delta_1) = 0,\ 2\pi,\ 4\pi ...\ 2m\pi$ (m=0, 1, 2, 3 и т.д.), то $\cos(\delta_2 - \delta_1) = 1$, тогда векторы напряженности электрических полей в этом случае складываются алгебраически:

$$E_0 = E_{01} + E_{02},$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2},$$

т.е. интенсивность суммарного колебания оказывается больше суммы интенсивностей складываемых колебаний

$$I > I_1 + I_2.$$

2. Если разность фаз постоянна и принимает следующие значения: $(\delta_2 - \delta_1) = \pi, 3\pi, 5\pi, ...(2m+1)\pi$, то $\cos(\delta_2 - \delta_1) = -1$, тогда векторы напряженности электрических полей вычитаются, так как складываемые векторы оказываются в противофазе:

$$E_0 = E_{01} - E_{02},$$

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2},$$

т.е. интенсивность суммарного колебания оказывается меньше суммы интенсивностей складываемых колебаний

$$I < I_1 + I_2.$$

В первом случае происходит усиление результирующего колебания, во втором – ослабление. Если амплитудные значения векторов напряженности электрического поля равны $E_{01} = E_{02}$, то результирующий вектор напряженности равен $E_{0\max} = 2E_{01}$, а интенсивность при наложении волн возрастет в 4 раза $I = 4I_1$, во втором случае суммарный вектор напряженности электрического поля будет равен нулю $E_{0\max} = 0$, и интенсивность также будет равна нулю $I = 0$.

Таким образом, усиление или ослабление интенсивности света происходит при определенных условиях, которые можно сформулировать следующим образом:

1. Складываемые световые волны должны иметь одинаковые частоты ($\omega_1 = \omega_2$).
2. Разность фаз складываемых световых волн должна не зависеть от времени, т.е. $\delta_2 - \delta_1 = const$.
3. Векторы напряженности электрических полей E_{01} и E_{02} не должны быть взаимно перпендикулярны.

Колебания или волны, которые удовлетворяют этим условиям, называются *когерентными.*

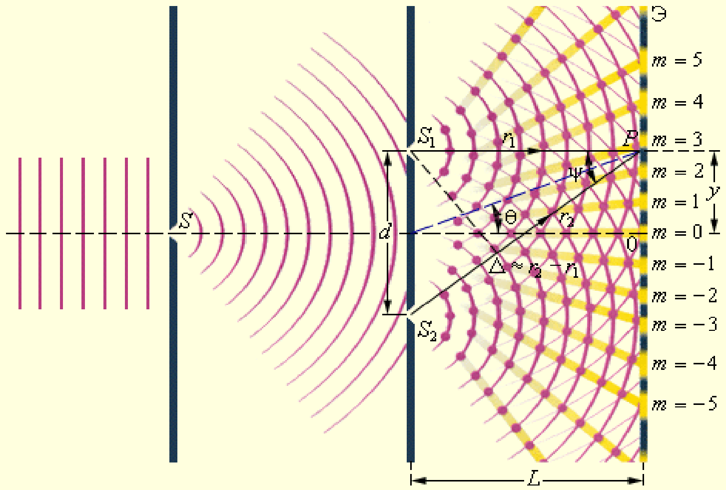

Рис. 10.3

Существует достаточно много способов получения когерентных волн, но практически во всех способах используется один принцип: делят одну волну, идущую от источника, на две волны. Эти волны будут когерентны и смогут интерферировать. Рисунок 10.3 демонстрирует получение когерентных волн по способу Юнга. Первичный фронт волны делится на два фронта волны щелями S_1 и S_2, которые находятся на расстоянии d.

10.1.2. Условия минимумов и максимумов интерференции

Анализируя уравнение (10.2), мы пришли к выводу, что при значении $\cos(\delta_2 - \delta_1) = 1$ наблюдается усиление интенсивности, поэтому условие кратности разности фаз 2π

$$(\delta_2 - \delta_1) = 2m\pi \qquad (10.3)$$

называется *условием максимума интенсивности*, а условие

$$(\delta_2 - \delta_1) = (2m+1)\pi \qquad (10.4)$$

– *условием минимума интенсивности*.

Обычно эти условия формулируются не через разность фаз, а через оптическую разность хода волн Δ, так как разность фаз трудно измерить.

Рассмотрим понятие оптической разности хода. Пусть S_1 и S_2 источники света (см. рисунок 10.3). В точке P экрана волны, идущие от этих источников, накладываются, при этом первая волна проходит геометрический путь S_1P, а вторая – путь S_2P, если волны распространяются в воздухе, то разность хода находится так: $\Delta = S_2P - S_1P = r_2 - r_1$, если волны распространяются в различных средах, то разностью хода называют *разность между оптическим ходом первого луча и второго* $\Delta = (S_2P)n_2 - (S_1P)n_2$ (см принцип Ферма, раздел 9.3), где n_1 и n_2 – показатели преломления соответствующих сред.

Разность хода Δ и разность фаз $(\delta_2 - \delta_1)$ связаны соотношением:

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}. \qquad (10.5)$$

Отсюда видно, что при разности фаз, равной π $((\delta_2 - \delta_1) = \pi)$, разность хода интерферирующих волн равна половине длине волны $\lambda/2$.

Тогда условия максимумов интерференции можно сформулировать следующим образом:

максимальное усиление результирующего колебания наступает, если оптическая разность хода слагаемых волн равна четному числу длин полуволн, т.е.

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2} \tag{10.6}$$

– условие максимума.

Аналогично формулируется условие минимумов:

ослабление результирующего колебания будет, если оптическая разность хода слагаемых волн равна нечетному числу длин полуволн, т.е.

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \tag{10.7}$$

– условие минимума, $m = 0,1,2,\ \ldots$, называется *порядком интерференционного максимума или минимума* (см. рисунок 10.3а).

Таким образом, интерференционная картина представляет собой чередование минимумов и максимумов интенсивности (см. рисунок 10.3а).

Шириной интерференционной полосы называют расстояние между двумя ближайшими максимумами или минимумами.

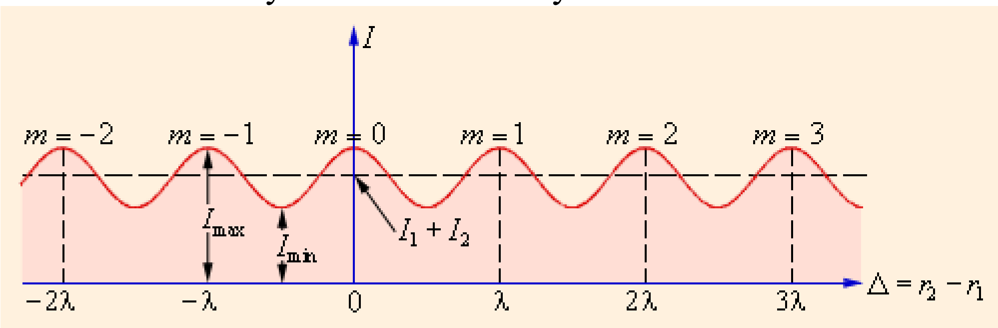

Рис. 10.3а

10.1.3. Интерференция в тонких пленках

Наиболее типичным и распространенным примером интерференции света в природе является интерференция в тонких пленках: мыльные пузыри, радужная пленка нефти на воде и интерферецитоннные пленки на стеклах очков для того, чтобы погасить отраженные лучи и т.д.

При падении световой волны на тонкую прозрачную пластинку (или пленку), имеющую показатель преломления n, происходит отражение от обеих поверхностей пластинки. В результате возникают две световые волны, которые могут интерферировать (см. рис. 10.4). Интерференционная картина будет наблюдаться на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы. В этом случае мы будем вести речь об интерференции в отраженных лучах.

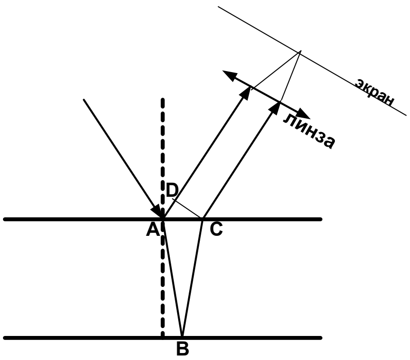

Рис. 10.4

Разность хода, приобретаемая лучами, до того как они сойдутся на экране, если прозрачная пластинка находится в воздухе, равна:

$$\Delta = n(AB + BC) - AD. \tag{10.8}$$

При вычислении оптической разности хода необходимо учесть изменение фазы волны при отражении. В точке A (см. рисунок 10.4) отражение происходит от границы раздела среды, оптически менее плотной и оптически более плотной. В этом случае фаза вектора напряженности электрического поля претерпевает изменение на π, что приводит к увеличению оптического хода световой волны, отраженной от верхней грани пластинки на половину длины волны ($\lambda/2$). Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней граней пластинки, равна

$$\Delta = n(AB + BC) - (AD + \lambda/2). \tag{10.9}$$

Если в выражении (10.9) величины AB и BC выразить через толщину прозрачной пластинки, найти значение величины AD из треугольника ACD, то оптическую разность хода можно найти следующим образом:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}, \tag{10.10}$$

где d – толщина прозрачной пластинки, α – угол падения луча света на первую грань.

Интерференция на тонких пленках представляет интерес при использовании контактных линз. Между контактной линзой и роговицей глаза может возникнуть воздушная прослойка. При отражении света в тонкой воздушной прослойке наблюдается интерференционная картина, она имеет вид концентрических колец, получивших название *колец Ньютона.*

С помощью интерференции на тонких пленках можно определять толщину очень тонких пленок и их показатель преломления.

10.2. Дифракция света

Дифракцией света называется явление отклонения света от прямолинейного распространения, когда свет, огибая препятствие, проникает в область геометрической тени (см. рисунок 10.5).

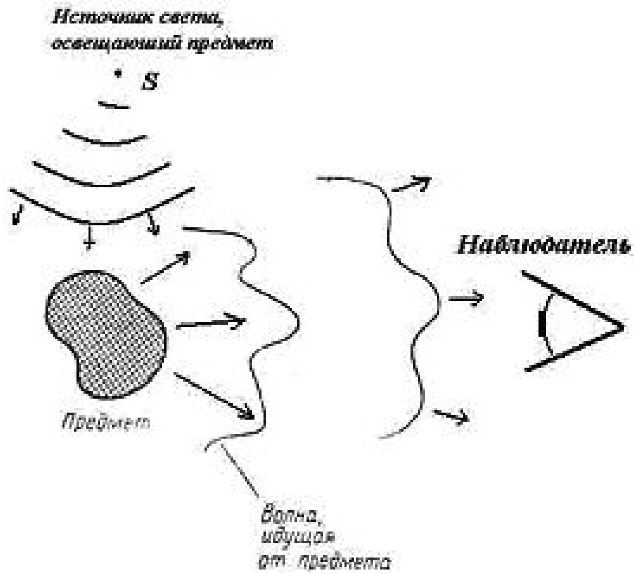

Рис. 10.5

Качественно поведение света за препятствием может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса. Например, плоская волна доходит до предмета, каждая точка которого, согласно принципу Гюйгенса, станет вторичным источником волн. Первая кривая – это новый фронт волны, после того как волна рассеялась на предмете. В следующий момент времени фронт волны опишется следующей кривой и т.д. На рисунке 10.5 видно как волна попадает в область геометрической тени.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, все вторичные источники когерентны между собой, поэтому, если за щелью поставить экран, то на экране будем наблюдать перераспределение интенсивности, т.е. в одних местах экрана будет происходить усиление светового потока, в других, наоборот, ослабление.

Таким образом, *дифракционная картина, также как и интерференционная картина, представляет собой перераспределение интенсивности*.

Для того чтобы описать дифракционную картину, наблюдаемую на экране, заменим первичный источник совокупностью вторичных когерентных источников. Поскольку интенсивность света в точке наблюдения пропорциональна квадрату амплитуды, то нужно найти результирующую амплитуду всех вторичных волн в любой точке экрана.

10.2.1. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Пусть на очень длинную прямоугольную щель ширины b падает по нормали к ней плоская световая волна. Если экран расположен бесконечно далеко от щели или за щелью находится линза, направляющая на экран пучки параллельных лучей, то наблюдается дифракция Фраунгофера. Поместим за щелью собирающую линзу, а в фокальной плоскости линзы экран (см. рисунок 10.6):

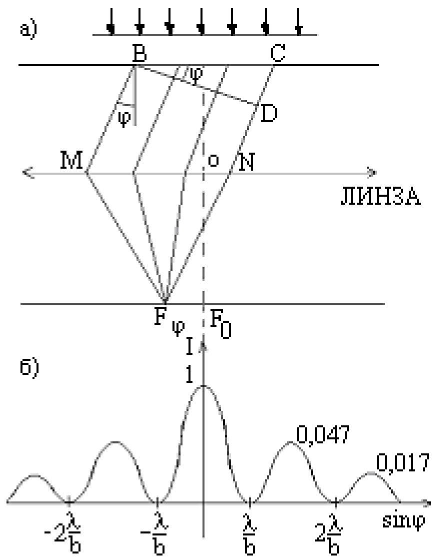

Рис. 10.6

Согласно принципу Гюйгенса, элементарные участки открытой части фронта волны являются источниками вторичных волн, распространяющихся в разных направлениях. Линза будет собирать лучи, идущие под углами φ в одной точке экрана, под углами φ_1 в другой точке экрана и т.д. Лучи, пришедшие в точку P экрана, являются когерентными и интерферируют. Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны, параллельные краям щели, так, чтобы разность хода лучей от краев соседних зон до точки наблюдения была равна половине длины световой волны $\lambda/2$. Колебания, приходящие в точку наблюдения от каждой пары соседних зон, взаимно гасят друг друга, так как находятся в противофазе. Разность хода лучей, идущих от краев щели, равна $\Delta = DC = BC\sin\varphi = b\sin\varphi$ (b – ширина щели). Если для точки наблюдения P разность хода лучей равна четному числу длин полуволн $\lambda/2$, то амплитуда колебаний в этой точке равна нулю.

Таким образом, условием минимума является равенство разности хода лучей от краев щели четному числу полуволн или целому числу длин волн:

$$b\sin\varphi = \pm m\lambda, \tag{10.10}$$

где $m = 1,2,3,...$

Если для точки P разность хода равна нечетному числу полуволн, число зон Френеля будет нечетным, действие одной из них окажется не скомпенсированным и наблюдается максимум интенсивности.

В случае, когда угол дифракции равен нулю ($\varphi = 0$), все колебания оказываются в одной фазе, поэтому в центре экрана наблюдается светлая полоса, соответствующая максимуму нулевого порядка. Интенсивность этого максимума наибольшая.

При условии, что

$$\sin\varphi = \pm\lambda/b, \ldots. \pm 2\lambda/b, \ldots\ldots \pm 4\lambda/b$$

наблюдаются минимумы соответственно 1-го, 2-го и. т.д. порядков.
При

$$\sin\varphi = \pm 3\lambda/b, \ldots. \pm 5\lambda/b, \ldots\ldots \pm 7\lambda/b$$

наблюдаются максимумы 1-го, 2-го и т.д. порядков. График зависимости интенсивности света от угла дифракции изображен на рисунке 10.6, на котором указано и соотношение интенсивностей максимумов. За единицу принята интенсивность центрального максимума.

10.2.2. Дифракционная решетка

Современные фармацевтические лаборатории не обходятся без спектрального анализа лекарственных препаратов. При этом виде анализа используют разложение белого света на составляющие его цвета (красный, желтый, зеленый и т.д.). Хорошей разрешающей способностью обладают спектральные приборы, в которых разложение осуществляется с помощью дифракционных решеток.

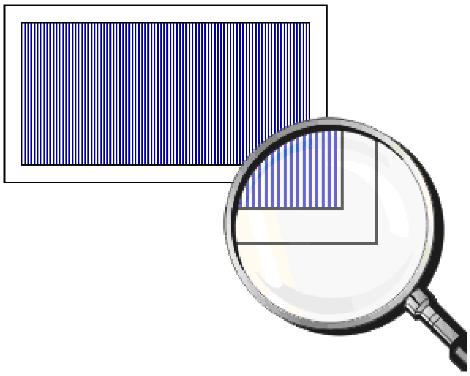

Рис. 10.7

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа N отстоящих друг от друга на одном и том же расстоянии щелей (см. рисунок 10.7). Расстояние между серединами соседних щелей d называется периодом решетки (см. рисунок 10.8). Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при падении на решетку параллельных световых волн.

Каждая из щелей дифракционной решетки даст на экране дифракционную картину, описываемую графиком, приведенным на рисунке 10.6.

Картины от всех щелей придутся на одно и то же место экрана. Если бы колебания, приходящие в точку P от различных щелей были некогерентными, результирующая картина от N щелей отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью, лишь тем, что все интенсивности возросли бы в N раз. Однако колебания от различных щелей будут интерферировать между собой. Поэтому дифракционная картина от дифракционной решетки будет иной, чем от одной щели.

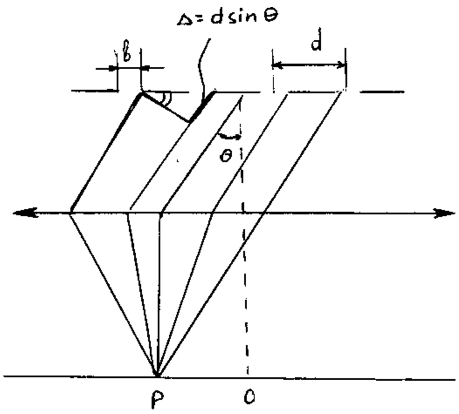

Рис. 10.8

Проанализируем распределение интенсивности в этой картине. Для нахождения интенсивности в каждой точке экрана мы должны найти результирующую амплитуду колебаний в этой точке.

$$\vec{A}_{рез.} = \sum \vec{A}_i, \qquad (10.12)$$

где A_i – результирующая амплитуда волн, идущих от каждой отдельной щели.

Для направлений, удовлетворяющих условию минимума для каждой отдельной щели (10.11), все амплитуды $A_i = 0$, поэтому и амплитуда результирующего колебания в соответствующей точке экрана будет равна нулю. Таким образом, условие минимума (10.11) для одной щели является также условием минимума для дифракционной решетки:

$$b \sin\theta = +m\lambda\,. \qquad (10.13)$$

Условие (10.13) называют *условием главных минимумов*. На рисунке 10.8 видно, что разность хода лучей от соседних щелей равна $\Delta = d \sin\theta$. Если разность хода Δ равна целому числу длин волн, колебания от отдельных щелей приходят в точку наблюдения в фазе и суммарная амплитуда колебаний в соответствующей точке экрана равна $A_{max} = NA_i$. Поэтому условием *главных максимумов* является:

$$d \sin\theta = \pm m\lambda\,. \qquad (10.14)$$

Число m указывает порядок главного максимума. В центре экрана образуется самый интенсивный максимум нулевого порядка, по обе стороны от него располагаются главные максимумы, первого, второго и т.д. порядков. В направлениях, определяемых формулой (10.14), при отдельных значениях m могут и не возникать максимумы. Это будет в направлениях, для которых каждая отдельная щель решетки имеет минимум. Допустим, $d = 2b$, тогда условие появления главного максимума $m = 2$ имеет вид $b\sin\theta = 2\lambda$ или $b\sin\theta = \lambda$, т.е. переходит в условие минимума (10.13). Отсюда следует, что в этом случае все главные максимумы четных порядков не появятся.

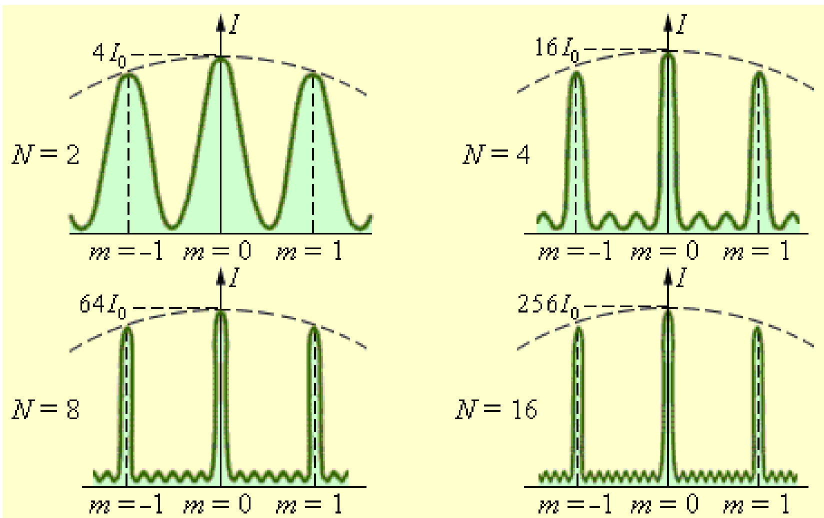

Рис. 10.9

На рисунке 10.9 представлено распределение интенсивности при дифракции монохроматического света на решетках с различным числом щелей, I_0 – интенсивность колебаний при дифракции света на одной щели. Анализируя приведенные на рисунках дифракционные картины, можно заметить, что в случае двух щелей между главными максимумами располагается один минимум. При росте числа щелей на дифракционной решетке между соседними максимумами будет расти число минимумов. Кроме того, количество щелей N определяет световой поток через решетку. Чем их больше, тем большая энергия переносится волной через нее. Следовательно, максимумы будут более узкими и более интенсивными (см. рисунок 10.9). Из формулы (10.14) следует, что лучи различной длины волны будут иметь максимумы в различных направлениях. Поэтому если на дифракционную решетку падает белый свет, то решетка разложит его, и на экране увидим дифракционный спектр, обращенный к центральной белой полосе (нулевой максимум) фиолетовым концом (см. рисунок 10.10).

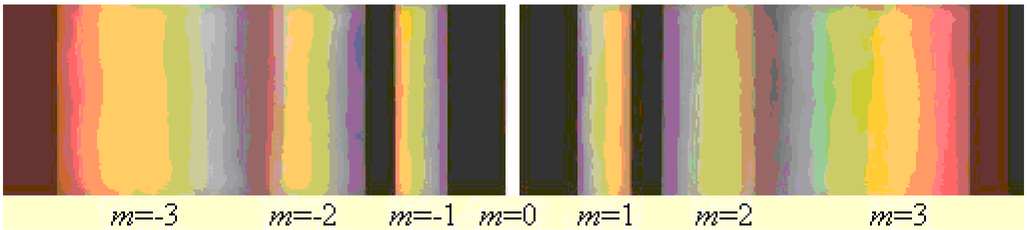

Рис. 10.10

Период дифракционной решетки d связан с числом штрихов, приходящимся на единицу длины решетки n соотношением:

$$d = \frac{1}{n}.$$

Исходя из условий максимума (10.14) для спектра первого порядка, длина волны определяется следующим уравнением: $\lambda = d \sin\theta$, т.е. по углу отклонения лучей, соответствующих той или иной спектральной линии, если известен период дифракционной решетки d, можно найти длину световой волны. Совокупность длин волн или спектр излучения (или поглощения) позволяет делать заключение о химическом, а иногда и об изотопном составе вещества.

10.2.3. Разрешающая способность дифракционной решетки

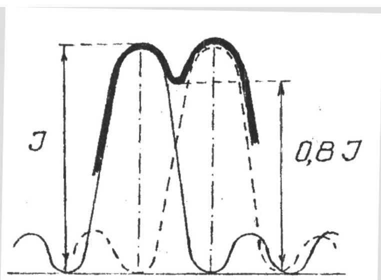

Рис. 10.11

Важной характеристикой дифракционной решетки является *разрешающая способность* – *способность разделить две соседние линии спектра*:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \qquad (10.15)$$

где $\Delta\lambda$ – разница длин волн линий спектра, которые можно еще различить. Релей доказал, что две линии различимы, если центр максимума одной из них приходится на середину минимума другой. В этом случае интенсивность света в промежутке между линиями не превышает 80% от интенсивности в центре линии (см. рисунок 10.11).

Тогда разрешающая способность дифракционной решетки определится соотношением:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN\,. \tag{10.16}$$

Из этого уравнения следует, что разрешающая способность тем больше, чем больше щелей в решетке, и возрастает с увеличением порядка спектра m, но при этом уменьшается интенсивность линий.

10.3. Поляризация света

Все свойства поляризованного света указывают на то, что его используют для изучения анизотропии веществ. Результаты взаимодействия поляризованного света с любой анизотропной средой содержит информацию об этой анизотропии. Среди элементарных биологических объектов можно найти очень большое число примеров анизотропии. Поляризационно-оптическими методами получены ценные сведения о нуклеиновых кислотах и нуклеопротеидах. Изучение дихроизма их растворов в электрических полях дало информацию о дипольных моментах, геометрии, гибкости. С помощью дихроизма изучалась жесткость двойной спирали ДНК в зависимости от внешних условий (температуры, концентрации и др.). Оказалось, что этим способом можно замечать малые изменения структуры ДНК при ультрафиолетовом и рентгеновском облучении, при воздействии ультразвуком. Дихроизм в потоке вирусов, протекающем через узкий капилляр, дает информацию об их внутренней структуре, в частности об упаковке протеинов и укладке цепей ДНК.

Широко применяется исследование двойного лучепреломления при искусственной ориентации сред, в частности ориентации частиц в потоке жидкости. В качестве характерного примера можно привести исследование структуры фаговых частиц (к примеру, ДНК в фагах).

10.3.1. Естественный и поляризованный свет

Электромагнитная волна является волной поперечной и представляет собой процесс распространения в пространстве переменных электрических и магнитных полей, которые описываются взаимно перпендикулярными векторами напряженности электрического поля E и магнитного поля H (см. рисунок 10.12а).

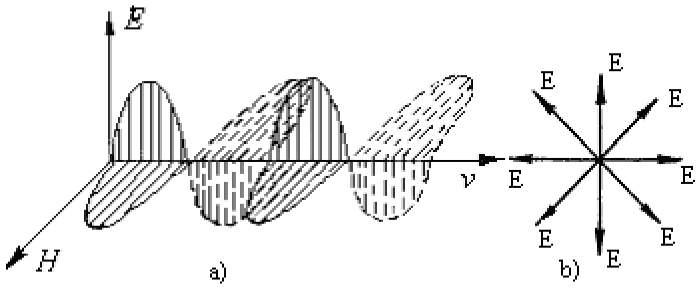

Рис. 10.12

Вектор $\vec{E}$ колеблется в направлении оси, вдоль которой совершает колебания атом или молекула, излучающая свет. В природе свет излучается множеством атомов, поэтому имеется множество отдельных волн, вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ которых колеблется по всем возможным направлениям. Световой пучок, в котором различные направления вектора $\vec{E}$ равновероятны, называется *естественным*. В естественном свете плоскость колебаний вектора $\vec{E}$ (а, следовательно, и вектора $\vec{H}$) непрерывно меняется. Если направление света перпендикулярно плоскости рисунка, то схематически естественную волну можно изобразить, как показано на рисунке 10.12б.

Любой вектор можно разложить на составляющие вдоль взаимно перпендикулярных осей. Выберем плоскость, перпендикулярную направлению распространения естественного света, и систему координат на ней и мысленно спроектируем на осях x и y все возможные положения вектора $\vec{E}$, а затем просуммируем все его x-компоненты и все y-компоненты. Очевидно, что для естественного света эти две суммы всегда, при любой ориентации системы координат, будут равны (см. рисунок 10.13).

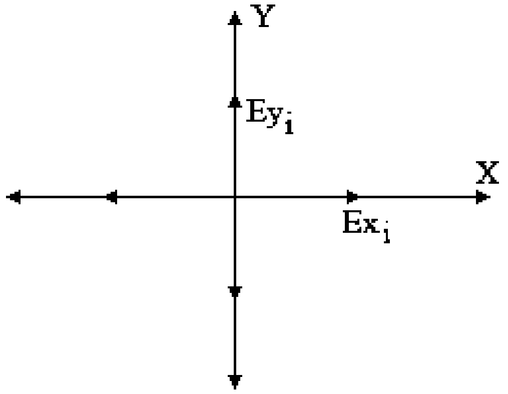

Рис. 10.13

Тогда луч естественного света можно изобразить с помощью этих компонент следующим образом (см. рисунок 10.14):

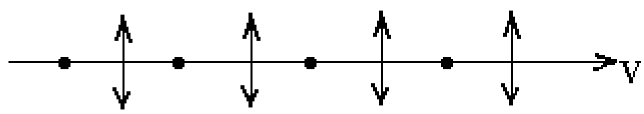

Рис. 10.14

Стрелочками изображаются колебания вектора $\vec{E}$, совершающиеся в плоскости рисунка, а точками – колебания вектора $\vec{E}$, совершающиеся перпендикулярно плоскости рисунка.

Свет, в котором колебания вектора $\vec{E}$ подчиняются некоторой закономерности, называется поляризованным. Если колебания вектора $\vec{E}$ происходят в одной плоскости, то волна называется *плоскополяризованной* или *линейно поляризованной*, ее схематическое изображение показано на рисунке 10.15.

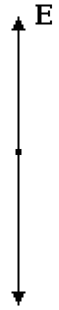

Рис. 10.15

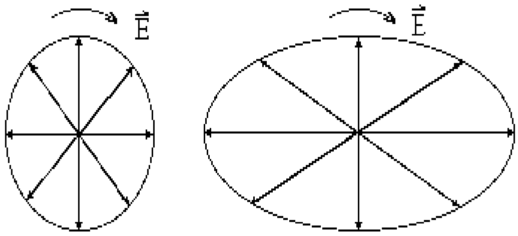

Рис. 10.16

Если же колебания вектора $\vec{E}$ совершаются так, что его конец описывает круг или эллипс, то свет называется поляризованным по кругу или эллиптически поляризованным (см. рисунок 10.16).

Свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется частично поляризованным. Такой свет можно рассматривать, как смесь естественного света и линейно поляризованного.

Плоскость, в которой колеблется световой вектор в линейно поляризованной волне, мы будем называть плоскостью колебаний. Плоскостью поляризации по историческим причинам называют плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{H}$.

10.3.2. Способы получения поляризованного света. Поляризация при двойном лучепреломлении

Во многих прозрачных средах скорость распространения света одинакова по всем направлениям, так как во всех направлениях одинакова относительная диэлектрическая проницаемость среды. Такие среды называются *изотропными*, но в некоторых кристаллах и растворах скорость распространения света в различных направлениях неодинакова. Такие среды называются анизотропными. Анизотропными средами являются, например, кристаллы кварца и исландского шпата, дерево (свойства дерева различны вдоль и поперек ствола). В случае анизотропной среды показатель преломления различен для различных направлений колебаний вектора $\vec{E}$ световой волны, поэтому при освещении кристалла исландского шпата узким пучком естественного света в кристалле возникают два луча. Один из этих лучей удовлетворяет обычному закону преломления и лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Этот луч называют *обыкновенным* (*o*). Для другого луча, называемого *необыкновенным* (*e*), закон преломления света не выполняется (см. рисунок 10.17).

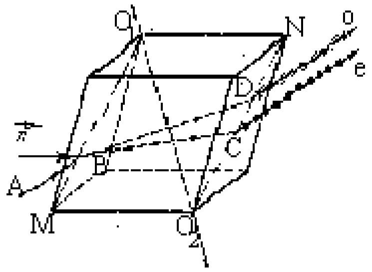

Рис. 10.17

Необыкновенный луч не лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Об анизотропных кристаллах говорят, что они двоякопреломляющие.

В двоякопреломляющих кристаллах существует направление, в котором отсутствует двойное лучепреломление, т.е. показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей равны $n_e = n_o$, тогда это направление называется *оптической осью кристалла*. Прямая линия O_1O_2 (см. рисунок 10.17) является оптической осью кристалла исландского шпата (прямая, соединяющая противоположные телесные тупые углы). Всякое направление в кристалле, параллельное O_1O_2, также является оптической осью этого кристалла. Сечение MO_1NO_2 – главное сечение кристалла, или главная плоскость, которая проходит через оптическую ось и нормаль n, проведенную в точку B, точку падения луча AB. Но если естественный свет падает на кристалл под углом к оптической оси, то в кристалле наблюдается два преломленных луча. На рисунке 10.17 луч света падает по нормали к поверхности, тогда ход лучей (обыкновенного и необыкновенного) можно изобразить в плоскости главного сечения. Колебания вектора $\vec{E}$ в необыкновенном луче BD совершаются в плоскости главного сечения кристалла (луч отмечен черточками), а в обыкновенном луче BC – в плоскости, перпендикулярной главному сечению (луч отмечен точками). Для необыкновенного луча показатель преломления кристалла n_e зависит от направления луча в кристалле, тогда как n_o – показатель преломления обыкновенного луча остается постоянным при любом угле падения световой волны на кристалл.

Чтобы использовать такие поляризованные лучи, их нужно отделить один от другого. Это осуществляется в призме Николя. Для изготовления призмы Николя кристалл исландского шпата распиливается по линии AR (см. рисунок 10.18) и обе половины склеиваются «канадским бальзамом». Если на николь падает естественный свет, то в призме он раздваивается. Обыкновенный луч, дойдя до слоя канадского бальзама AR, испытывает полное внутреннее отражение от канадского бальзама (см. рисунок 10.18), т.к. для обыкновенного луча канадский бальзам оптически менее плотен, чем исландский шпат.

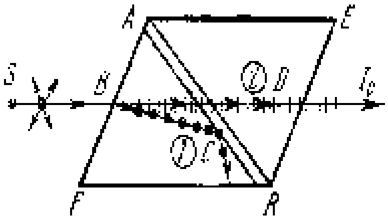

Рис. 10.18

Таким образом, обыкновенный луч отводится в сторону и поглощается в оправе призмы Николя. Необыкновенный луч 2 свободно проходит через слой канадского бальзама и выходит из призмы полностью поляризованным.

Дихроизм. Существуют кристаллы, которые по-разному поглощают обыкновенный и необыкновенный лучи. Если на кристалл турмалина направить пучок естественного света перпендикулярно оптической оси, то при толщине пластинки лишь в несколько миллиметров обыкновенный луч полностью поглотится, а из кристалла выйдет только необыкновенный луч. Различный характер поглощения обыкновенного и необыкновенного лучей называется анизотропией поглощения или дихроизмом. Дихроизмом в той или иной степени должны обладать все двоякопреломляющие кристаллы, но у разных веществ анизотропия поглощения проявляется по-разному.

Устройства, при помощи которых получают поляризованный свет, называют поляризаторами. Если на пути поляризованного света поместить второй николь, то интенсивность вышедшего света будет зависеть от взаимной ориентации обоих николей. Если их главные плоскости параллельны, то интенсивность прошедшего через оба николя света наибольшая. Если же эти направления перпендикулярны друг другу, то через вторую призму свет не пройдет. Первый николь играет роль поляризатора, второй – анализатора. Совокупность поляризатора и анализатора представляет собой типичную поляризационную установку, позволяющую исследовать различные поляризационные явления в разных средах, помещая их между поляризатором и анализатором.

Поляроиды. Кроме двойного лучепреломления, для поляризации света применяются искусственные пленки-поляроиды; отражение света от диэлектриков; преломление света в стопе стеклянных пластинок и т.д.

10.3.3. Закон Малюса

Возьмем два николя. Один николь P – поляризатор, из него выходит линейно поляризованный свет (вектор $\vec{E}$ совершает колебания по направлению PP), второй николь A – анализатор (колебания вектора $\vec{E}$ происходят по направлению $ЛЛ$). По закону Малюса интенсивность света I, выходящего из анализатора, пропорциональна квадрату косинуса угла α между направлением плоскостей колебаний вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$ волн, прошедших через поляризатор и анализатор, т. е.

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \qquad (10.17)$$

где I_0 – интенсивность линейно поляризованного света, выходящего из поляризатора P, если I_0' – интенсивность естественного света, то:

$$I_0 = \frac{I_0'}{2}. \qquad (10.18)$$

Закон Малюса очень легко выводится. Интенсивность света, выходящего из поляризатора, пропорциональна квадрату амплитуды колебаний вектора напряженности, прошедшего через поляризатор $I_0 = E_p^2$, а интенсивность света, выходящего из анализатора, пропорциональна квадрату амплитуды колебаний вектора напряженности $\vec{E}$, прошедшего через анализатор $I = E_a^2$. Из рисунка 10.19 видно, что

$$E_a = E_p \cos\alpha. \qquad (10.19)$$

Чтобы найти интенсивность света, прошедшего через анализатор, нужно выражение (10.22) возвести в квадрат, так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, в результате получим:

$$I = E_a^2 = E_p^2 \cos^2 \alpha = I_0 \cos^2 \alpha. \qquad (10.20)$$

Если направления плоскостей колебаний поляризатора и анализатора взаимно перпендикулярны, т.е. $\alpha = 90^\circ$, то говорят, что поляризатор и анализатор скрещены (установлены на гашение света – через скрещенные поляризаторы свет не проходит).

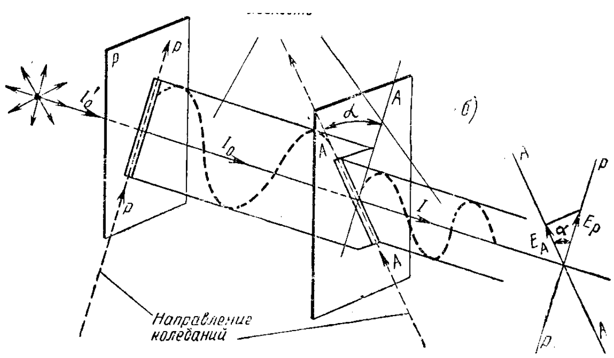

Рис. 10.19

Если направления плоскостей поляризатора РР и анализатора AA совпадают ($\alpha = 0$), то интенсивность проходящего света будет максимальной. Для любого другого угла α интенсивность света вычисляется по формуле (10.20).

10.3.4. Вращение плоскости поляризации

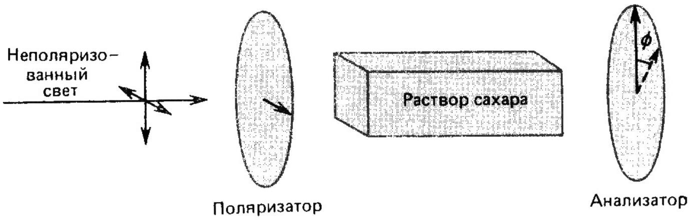

Рис. 10.20

Поставим на пути естественного светового пучка два поляроида так, чтобы их оптические оси были перпендикулярны друг другу («скрещенные» поляроиды) (см. рисунок 10.20). Свет через эту систему поляроидов не пройдет: первый поляроид превратит естественный свет в линейно поляризованный, который поглотится во втором поляроиде. Поместим теперь на пути светового пучка кювету с раствором сахара. Мы увидим, что поле зрения просветлилось. Повернув поляроид вправо на некоторый угол φ, мы опять добьемся полного затемнения поля зрения.

Таким образом, приходим к выводу, что при прохождении пучка линейно поляризованного света через раствор сахара свет остается линейно поляризованным, но плоскость колебаний и, соответственно, плоскость поляризации повернулись на некоторый угол.

Вещества, вызывающие поворот плоскости поляризации, называются оптически активными. Оптическая активность наблюдается у ряда кристаллических и аморфных тел. В частности, оптически активны кварц, сахар, раствор сахара в воде, скипидар, белки, аминокислоты, гормоны и другие. Оптическая активность веществ обусловлена асимметрией молекул, которые могут иметь форму спиралей, как, например, молекулы некоторых белков. Вещества, поворачивающие плоскость поляризации вправо по ходу луча, называются правовращающими. Вещества, поворачивающие плоскость поляризации влево по ходу луча, называются левовращающими. Обычный сахар, декстроза, или D-глюкоза принадлежит к числу правовращающих веществ. Большинство аминокислот и белков – левовращающие вещества.

Кристаллические вещества сильнее всего вращают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота φ плоскости поляризации пропорционален пути l, пройденному лучом в кристалле:

$$j = \beta l, \tag{10.21}$$

где *коэффициент* β называют постоянной вращения, она зависит от свойств вещества и зависит от температуры и длины волны используемого света.

В растворах угол поворота φ пропорционален пути луча в растворе d и концентрации активной компоненты вещества C:

$$\varphi = [\alpha]Cd. \tag{10.22}$$

Здесь $[\alpha]$ – удельная вращательная способность, численно равная углу поворота на единицу длины пути, при концентрации, равной единице. Эта физическая величина зависит от длины волны (как $\sim\frac{1}{\lambda^2}$), практически не зависит от агрегатного состояния вещества и слабо зависит от температуры.

Численное значение удельной вращательной способности одинаково для двух разновидностей одного и того же оптически активного вещества: правовращающей и левовращающей.

Поскольку угол вращения φ пропорционален концентрации раствора, то оптическая активность служит стандартным методом измерения концентраций растворов оптически активных веществ. Оптическая активность полезна также при определении пространственной структуры больших молекул (например, белков) или ее изменений в различных условиях.

10.3.5. Оптическая активность в живой природе

Оптически активные кристаллы всегда встречаются в виде двух структур, одна из которых является зеркальным изображением другой. Казалось бы, что и органические оптически активные вещества должны существовать в двух подобных состояниях. Между тем опыт показывает, что раствор сахара всегда вращает плоскость поляризации вправо, т.е. по часовой стрелке, если смотреть навстречу лучу. Таким свойством обладает не только сахар, но и все другие продукты органического происхождения: белки, аминокислоты, нуклеиновые кислоты и т.п.

Если изготовить синтетическим путем аналогичное вещество (например, сахар), то оно не будет оптически активным. Синтетически получается смесь, содержащая равное количество право- и левовращающих молекул. Вообще в неживой природе все вещества с несимметричными молекулами существуют в виде таких смесей. Если с такой смесью начинает взаимодействовать живое существо, то оно усвоит лишь одну из структур, соответствующую характеру оптической активности элементов этого существа. Например, если в раствор синтетического сахара поместить бактерии, питающиеся сахаром, то они будут усваивать только правовращающий сахар. Через некоторое время левовращающего сахара в растворе окажется гораздо больше, чем правовращающего, что можно будет обнаружить по повороту плоскости поляризации. Спустя некоторое время бактерии усвоят из смеси весь правовращающий сахар и начнут голодать, хотя в растворе остается еще много левовращающего сахара, но организм живых существ его не усваивает.

Асимметрия оптической активности характерна только для биологического вещества и продуктов органического происхождения. Так, например, тот факт, что у нефти обнаружена оптическая активность, служит веским доводом в пользу теории органического происхождения нефти.

Причины асимметрии оптической активности у живых существ не вполне ясны. Возможно, что эта асимметрия возникла случайно и затем была закреплена механизмом наследственности.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. ДИФРАКЦИОННАЯ КАРТИНА ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ СОВОКУПНОСТЬ МИНИМУМОВ И МАКСИМУМОВ

    1) так как все вторичные источники когерентны
    2) так как все вторичные источники некогерентные
    3) так как волны обладают оптической разностью хода
    4) так как происходит взаимодействие световых волн со средой

2. К ОПТИЧЕСКОМУ ХОДУ СВЕТОВОГО ЛУЧА ДОБАВЛЯЕТСЯ $\frac{\lambda}{2}$

    1) при преломлении света
    2) при отражении от более плотной среды
    3) при изменении оптического хода луча
    4) при отражении от менее плотной среды

3. ПОЛОЖЕНИЕ МАКСИМУМОВ В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЕ, ЕСЛИ В ХОД ОДНОГО ИЗ ЛУЧЕЙ ВСТАВИТЬ СТЕКЛЯННУЮ ПЛАСТИНКУ

    1) изменится, так как пластинка меняет ход луча
    2) не изменится, так как положение максимумов зависит от положения линзы
    3) не изменится, если пластинку разместить перпендикулярно ходу луча
    4) изменится, если пластинку разместить параллельно ходу лучей

4. ПОЯВЛЕНИЕ ЦВЕТНЫХ РАДУЖНЫХ ПЯТЕН НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ, ПОКРЫТОЙ БЕНЗИНОВОЙ ПЛЕНКОЙ, ОБЪЯСНЯЕТ

    1) дисперсия света
    2) поляризация света
    3) интерференция света
    4) дифракция света

5. ЕСЛИ ЕСТЕСТВЕННЫЙ СВЕТ ПАДАЕТ НА ПРИЗМУ НИКОЛЯ, ТО ВЫШЕДШИЙ СВЕТ ИМЕЕТ ИНТЕНСИВНОСТЬ

    1) равную половине интенсивности падающей волны
    2) интенсивность не меняется
    3) интенсивность определяется законом Малюса
    4) равную квадрату интенсивности падающей волны

6. УСЛОВИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ГЛАВНОГО ДИФРАКЦИОННОГО МАКСИМУМА ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ

    1) $d \sin\varphi = k\lambda$

2) $d\sin^2\varphi = k\lambda$
3) $\lambda\sin\varphi = d$
4) $a\sin\varphi = k\lambda$

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Какие явления свидетельствуют о том, что свет переносит энергию?
2. Определить, какую длину пути s_1 пройдет фронт волны монохроматического света в вакууме за то же время, за которое он проходит путь s_2=1,5 мм в стекле с показателем преломления n_2=1,5.
3. Монохроматический свет с длиной волны 589 нм падает на щель. Чему равна ширина щели, если угол между первыми светлыми полосами по обе стороны от центрального пика равен 33,0°?
4. На стеклянный клин (n=1,5) нормально падает монохроматический свет (l=698 нм). Определить угол между поверхностями клина, если расстояние между двумя соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно 2 мм.
5. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определить показатель преломления жидкости.

ГЛАВА 11. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

Поглощением света называется уменьшение интенсивности света при прохождении через любое вещество вследствие превращения световой энергии в другие виды энергии.

При прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых электронами; частично же она переходит в энергию движения атомов, т.е. во внутреннюю энергию вещества. Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается – свет поглощается в веществе. Вынужденные колебания электронов, а, следовательно, и поглощение света становятся особенно интенсивными при резонансной частоте.

11.1. Механизм поглощения. Закон Бугера

Закон поглощения света веществом можно вывести, не рассматривая внутреннего механизма взаимодействия света с веществом.

Пусть через однородное вещество распространяется пучок параллельных световых лучей. Выделим в веществе бесконечно тонкий слой dx

(см. рисунок 11.1), ограниченный параллельными поверхностями, перпендикулярными к лучам. Интенсивность при прохождении света сквозь этот слой изменяется на величину dI (знак «минус» говорит о том, что интенсивность уменьшается).

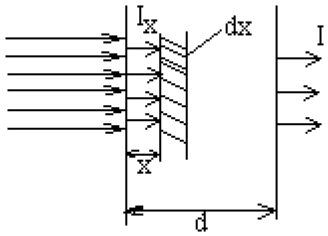

Рис. 11.1

Очевидно, dI пропорционально интенсивности I_x, дошедшей до данного слоя, а также толщине слоя вещества dx, т.е.

$$dI_x = -k_\lambda I_x dx. \qquad (11.1)$$

Коэффициент k_λ зависит от длины световой волны падающего света и химической природы поглощающего вещества и называется *коэффициентом поглощения* (длина волны излучения связана с частотой $\lambda = c/\omega, c$ – скорость света). Пусть a – полная толщина слоя вещества, I_0 и I – интенсивность световой волны, падающей на вещество и вышедшей из него. Уравнение (11.1) – дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными. Перенесем I_x в этом уравнении в левую часть и проинтегрируем полученное выражение

$$\frac{dI_x}{I_x} = -k_\lambda dx,$$

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI_x}{I_x} = -\int_0^a k_\lambda dx,$$

в результате получим:

$$\ln I_0 - \ln I = -k_\lambda a$$

или:

$$I = I_0 e^{-k_\lambda a}. \qquad (11.2)$$

Формула (11.2) носит название *экспоненциального закона поглощения света – закон Бугера*.

Коэффициент поглощения k_λ – это физическая величина, обратная толщине слоя a, при прохождении которого интенсивность света уменьшается в e раз, $k_\lambda = 1/a$. Коэффициент поглощения в области видимого света для воздуха равен $k_\lambda = 10^{-6}$ см$^{-1}$, для воды 2×10^{-3} см$^{-1}$, для металлов k_λ имеет порядок десятков тысяч – 10^3-10^4см$^{-1}$, поэтому металлы непрозрачны для света.

Большое значение для медицины имеет изучение поглощения света в растворах. В этом случае поглощение зависит также и от концентрации вещества в растворе. Закон поглощения с учетом концентрации раствора, называемый *законом Бугера-Ламберта-Бера***,** записывается в виде:

$$I = I_0 \exp(-\varepsilon c a), \qquad (11.3)$$

где ε – *молекулярный коэффициент поглощения* ($k = \varepsilon c$), зависящий от природы молекул растворенного вещества, от длины волны попадающего в раствор света и температуры раствора, c – концентрация раствора, a – толщина слоя раствора. Закон Бугера-Ламберта-Бера (11.3) справедлив при условии, что растворитель не поглощает света данной длины волны и раствор имеет невысокую концентрацию. Этот закон справедлив до тех пор, пока сохраняется независимость коэффициента поглощения от интенсивности светового потока.

Для некоторых практических расчетов наиболее удобно выражение закона Бугера (13.3) через десятичные логарифмы:

$$I = I_0 \times 10^{-k'_\lambda a}. \qquad (11.4)$$

Видно, что коэффициенты k_λ и k'_λ связаны между собой соотношением $k'_\lambda = 0{,}1k_\lambda$. Произведение $k'_\lambda a$ называется *оптической плотностью слоя вещества* (D), т.е. $D = k'_\lambda a$.

Пропусканием (T) называется отношение интенсивности прошедшего света к интенсивности света падающего I / I_0

$$T = \frac{I}{I_0}.$$

Связь оптической плотности и пропускания. Оптическая плотность вещества равна десятичному логарифму от величины, обратной пропусканию света веществом:

$$D = \lg\frac{1}{T}. \qquad (11.5)$$

При оптической плотности $D = 1$ *пропускание* $T = 0{,}1 = 10\%$, *при оптической плотности* $D = 2$ *пропускание* $T = 0{,}01 = 1\%$ *и т.д. С увеличением оптической плотности пропускание света уменьшается по закону, выраженному соотношением* (11.5).

Диэлектрики слабо поглощают свет. В диэлектрике все электроны связаны: они колеблются с собственной частотой ω_0 и «раскачать» их падающей волне трудно. Однако в том случае, когда частота падающей световой волны ω близка к частоте собственных колебаний электрона $\omega \approx \omega_0$ (резонанс), амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает, увеличивается и коэффициент поглощения. Таким образом, поглощение света в диэлектрике имеет селективный (избирательный) характер (см. рисунок 11.2).

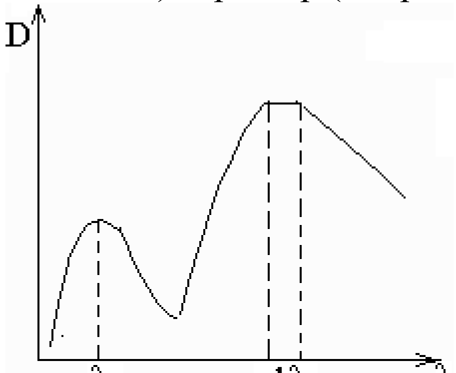

Рис. 11.2

Зависимость коэффициента поглощения k_λ от длины волны λ представляет собой кривую с рядом максимумов: максимумы представляют собой полосы поглощения веществом света для определенного интервала длин волн. Например, «красным» является стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и хорошо поглощающие синие, зеленые и фиолетовые лучи. Если красное стекло осветить синим светом, то оно будет казаться «черным», так как синие лучи хорошо поглощаются красным стеклом. Зависимость оптической плотности (или коэффициента поглощения) вещества (например, раствора) от длины волны λ называется *спектральной характеристикой вещества* (раствора).

Для измерения оптической плотности вещества, концентрации растворов и для изучения спектральной характеристики растворов используется прибор, называемый фотоэлектрическим концентрационным колориметром. Колориметр позволяет производить также измерения коэффициентов пропускания рассеивающих взвесей, эмульсий и коллоидных растворов в проходящем свете.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Выберите один или несколько правильных ответов

1. КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ ЗАВИСИТ

1) от температуры, концентрации раствора, интенсивности падающего света
2) от температуры, длины волн падающего света, концентрации вещества
3) от температуры, длины волны, концентрации вещества, природы вещества
4) от толщины слоя вещества, длины волны, концентрации вещества

2. КОЭФФИЦИЕНТ ПОГЛОЩЕНИЯ ИМЕЕТ ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

1) коэффициент поглощения показывает, во сколько раз изменяется интенсивность света при прохождении через вещество
2) коэффициент поглощения обратно пропорционален толщине слоя вещества, которую должен пройти свет, чтобы его интенсивность изменилась в e раз
3) коэффициент поглощения пропорционален концентрации вещества, при которой интенсивность света изменяется в e раз
4) коэффициент поглощения – физическая величина, численно равная толщине слоя вещества, которую должен пройти луч света, чтобы его интенсивность изменилась в e раз

3. ОСНОВНЫМ ПРОЦЕССОМ ИЗМЕНЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА, ПРОШЕДШЕГО ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО, ЯВЛЯЕТСЯ

1) передача энергии вторичным источникам излучения
2) сообщение энергии для прекращения затухания колебания электронов
3) изменение внутренней энергии вещества
4) вынужденное излучение

4. ПОГЛОЩЕНИЕМ СВЕТА НАЗЫВАЮТ

1) уменьшение интенсивности света прошедшего через вещество

2) возрастание интенсивности света

3) уменьшение интенсивности света при прохождении через любое вещество вследствие превращения световой энергии в другие виды энергии

4) превращение световой энергии в другие виды энергии

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

1. Угол между плоскостями поляризации двух поляроидов равен 70˚. Как изменится интенсивность прошедшего через них света, если угол уменьшить в 5 раз?
2. Раствор сахара с концентрацией 0,25 г/см^3 толщиной 20 см поворачивает плоскость поляризации монохроматического света на 30˚20$^/$. Другой раствор толщиной 15 см поворачивает плоскость поляризации на 20˚. Определить концентрацию сахара во втором растворе.

ОТВЕТЫ НА ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА

1. – 3)	3. – 4)	5. – 2)
2. – 4)	4. – 1)	6. – 3)

ГЛАВА 2. ДИНАМИКА

1. – 2)	3. – 2)	5. – 3)
2. – 3)	4. – 1)	6. – 1)

ГЛАВА 3. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1. – 4)	3. – 3)
2. – 2)	4. – 2)

ГЛАВА 4. ЖИДКОСТИ

1. – 1)	3. – 3)	5. – 4)
2. – 1)	4. – 3)	

ГЛАВА 5. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

1. – 2)	3. – 4)	5. – 3)
2. – 3)	4. – 4)	

ГЛАВА 6. ЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

1. – 3)	3. – 1)
2. – 2)	4. – 4)

ГЛАВА 7. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

1. – 2)	3. – 1)	5. – 1)
2. – 1)	4. – 4)	

ГЛАВА 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

1. – 3)	3. – 1)	5. – 2)
2. – 4)	4. – 3)	

ГЛАВА 9. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

1. – 2)	3. – 1)	5. – 1)
2. – 3)	4. – 1)	6. – 3)

ГЛАВА 10. ВОЛНОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА

1. – 1)	3. – 1)	5. – 1)
2. – 2)	4. – 3)	6. – 1)

ГЛАВА 11. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

1. – 3)	3. – 3)
2. – 2)	4. – 3)

ОТВЕТЫ НА СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

ГЛАВА 1. КИНЕМАТИКА

1. – 20 м	3. – 4 м/с^2	5. – 3 км/ч
2. – 3 м/с	4. – 5 м/с	

ГЛАВА 2. ДИНАМИКА

1. – 500 Н/м	3. – 0	5. – 0,02 Н
2. – 17,1 Н	4. – 5 м/с	6. – 2160 Дж

ГЛАВА 3. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

1. – 2 10^4 Гц	3. – ω^2	5. – а) 0,006 м; б) 0,001 м
2. – увеличится в 3 раза	4. – 20Дж	

ГЛАВА 4. ЖИДКОСТИ

1. – листы сойдутся	3. – в 4 раза	5. – ламинарным
2. – диаметр нижней трубки	4. – 1,46 м	

ГЛАВА 5. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

1. – 400 В/м	3. – в 2 раза
2. – 10^{-7} Кл	4. – 100 В/м

ГЛАВА 6. ЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

1. – 12 В	3. – 20 В
2. – 30 Вт	4. – 0,3 А

ГЛАВА 7. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

1. – 5 10^{-2} Тл	3. – не изменится	
2. – 4 10^4 Вб	4. – на первый	5. – против часовой стрелки

ГЛАВА 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

1. – инфракрасное, ультрафиолетовое и рентгеновское	3. – северо-восток
2. – 5 м	4. – может; нет

ГЛАВА 9. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

1. – $\phi = 2\alpha$ и не зависит от угла падения луча	3. – 0,4 м
2. – нет	4. – 3 дптр

ГЛАВА 10. ВОЛНОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА

1. – интерференция и дифракция света	3. – 1,2 мкм	5. – 1,46
2. – 2,25 мм	4. – 0,4'	

ГЛАВА 11. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

1. – интенсивность возрастет в 8 раз	2. – 0,22 г/см^3

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

<u>Основная</u>

1. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Изд-во Лань, 2008. – 892 с.
2. Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Механика. – М.: Изд-во Лань, 2010. – 480 с.
3. Калашников Н.П., Кожевников Н.М. Физика. – М.: Изд-во Лань, 2010. – 160с.
4. Иродов И.Е. Общая физика. – М.: Физматлит, 2009.– 416 с.
5. Шмидт В. Оптическая спектроскопия для химиков и биологов. – М.: Изд-во Техносфера, 2007. – 213 с.

<u>Дополнительная</u>

1. Фриш С.Э., Тимореев А.В. Курс общей физики. – М.: Изд-во Лань, 2008. –640 с.
2. Рогачев Н.М. Курс физики. – М.: Изд-во Лань, 2010. – 448 с.
3. Литвинов О.С., Горелик В.С. Электромагнитные волны и оптика. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 448 с.
4. Шпольский Э.В. Основы квантовой механики и строение электронной оболочки атома. – М.: Изд-во Лань, 2010. – 448 с.
5. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика. – М.: Изд-во МГУ, 2009. – 354 с.
6. Хайкин С.Э. Физические основы механики. – М.: Изд-во Лань. 2099. – 768 с.
7. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. – М.: Изд-во Лань, 2010. – 256 с.
8. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика. – М.: Изд-во Лань, 2011. – 320 с.

Учебное издание

Колубаева Лидия Александровна
Краснобаева Лариса Александровна
Кистенев Юрий Владимирович

Лекции по физике

Учебное пособие

Отпечатано в авторской редакции

Корректор Зеленская И. А.

Редакционно-издательский отдел СибГМУ
634050, г. Томск, пр. Ленина, 107
тел. 8(382-2) 51-41-53
факс. 8(382-2) 51-53-15
E-mail: bulletin@bulletin.tomsk.ru

Подписано в печать
Формат 60x84 $^1/_{16}$. Бумага офсетная.
Печать ризограф. Гарнитура «Times». Печ. лист. 7,9
Тираж 100 экз. Заказ № 323

Отпечатано в лаборатории оперативной полиграфии СибГМУ
634050, Томск, ул. Московский тракт, 2