

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПОДХОДА НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ОБЪЕМОВ

Шерина Е.С., Старченко А.В.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск

РЕЗЮМЕ

Исследование направлено на изучение особенностей численного моделирования задачи электроимпедансной томографии (ЭИТ). Реконструкция статических изображений ЭИТ чувствительна к ошибкам измерений прибора и аппроксимации дифференциальной задачи разностной. Отдельное внимание уделено вопросу уменьшения ошибки аппроксимации, которая появляется в ходе дискретизации задачи. Реализовано и сделано сравнение двух численных схем для прямой задачи ЭИТ относительно электрического потенциала. Основная численная схема получена с помощью метода конечных объемов на неструктурированной треугольной сетке. Ей сопоставлен широко распространенный способ, базирующийся на применении метода конечных элементов. Также в работе представлены два подхода к реконструкции ЭИТ. В основе алгоритмов лежит минимизация квадратичного функционала ошибки, который составлен по измерениям и численной оценке электрического напряжения на электродах. Рассмотрены модификации классического ньютоновского подхода и стохастического метода дифференциальной эволюции. Для исследуемой задачи разработан и протестирован комплекс программ на языке C/C++. Численные эксперименты проведены на искусственных данных. Полученные результаты могут представлять интерес для исследователей, занимающихся разработкой оборудования и алгоритмов для медицинских приложений ЭИТ.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: электроимпедансная томография, метод конечных объемов, неструктурированные сетки, коэффициентная обратная задача.

Введение

Электроимпедансная томография (ЭИТ) – это неинвазивный метод визуализации и контроля, также известный под названием томография приложенных потенциалов [1–4]. Методика ЭИТ имеет приложения в медицине и промышленности, разрабатывается как альтернативный вид томографии со своим спектром применения. Цель ЭИТ состоит в том, чтобы восстанавливать неизвестное распределение электрической проводимости внутри объекта, используя измерения электрического поля только на границе объекта.

В ЭИТ на поверхность объекта прикрепляется набор электродов, затем выполняется серия измерений, в которых через объект пропускается электрический ток небольшой силы и высокой частоты. Измерения результирующего напряжения на электродах используются для реконструкции неизвестного распределения электрической проводимости (или полного импеданса) внутри объекта. По реконструкции дается оценка

внутренней структуры объекта. Получаемые с помощью ЭИТ оценки проводимости представляют особую ценность, например, для медицины. Разные ткани организма обладают различными электрическими свойствами и характеризуются своими показателями электропроводности. Под воздействием переменного тока с высокой частотой биологические ткани не подвергаются опасности появления необратимых химических процессов. Это позволяет изучать внутреннюю структуру биологических объектов по величине и распределению электрической проводимости тканей. Статические изображения ЭИТ используются в маммографии для обнаружения рака молочной железы [5–7], на фоне здоровых тканей опухоль выделяется контрастным показателем проводимости. Кроме того, органы могут изменять свою проводимость во время физиологической активности. Учитывая указанные особенности, ЭИТ дает возможность наблюдать динамические процессы (функциональная визуализация). В качестве других примеров применения ЭИТ можно отметить: контроль легочных и сердечных функций

✉ Шерина Екатерина Сергеевна, тел. 8-923-405-7526;
e-mail: sherina@math.tsu.ru

[8–10], регистрацию активности головного мозга [11, 12], выявление кровоизлияния [13] и визуализацию желудочно-кишечного тракта [14].

Невысокая стоимость и компактный размер оборудования, быстрый сбор данных для реконструкции, безопасность для биологических объектов – основные характеристики ЭИТ по сравнению с классическими и широко распространенными методиками рентгеновской, протонной, магнитно-резонансной и позитронно-эмиссионной томографии. В настоящее время качество изображений, получаемых ЭИТ, не обладает высоким разрешением. Методика может получить более широкое применение, если будет достигнуто высокое качество реконструкций. Наравне с необходимостью усовершенствования аппаратных средств томографии должное внимание следует уделять разработке математической теории ЭИТ и новых численных методов решения задачи. Привлечение мощных вычислительных средств, таких как высокопроизводительные вычислительные системы с распределенной памятью или графические процессорные устройства, также является актуальным. Направление ЭИТ представляется перспективным и продолжает активно развиваться силами исследователей из разных областей знаний.

Считается, что первое изображение импеданса было получено Р. Хендерсоном и Дж. Вебстером [15] в 1978 г. Они использовали матрицу из 100 электродов, которые были прикреплены на спину пациента, и один электрод спереди на его грудную клетку, чтобы получить картину пропускания электрического тока. Первое томографическое изображение было опубликовано в 1984 г. Д. Барбером и Б. Брауном [16], которые сконструировали и опробовали первую простую систему ЭИТ с 16 электродами. Ток инжектировался между смежными электродами, а для восстановления изображения использовался метод обратных проекций. Цикл работ Барбера и Брауна привлек к исследованиям в области ЭИТ много ученых из разных научных центров. Методику постепенно начали осваивать под различные физические задачи. Наравне с разработкой оборудования стали появляться новые алгоритмы численной реконструкции изображений по результатам измерений в ЭИТ.

В настоящее время алгоритмы решения задачи ЭИТ классифицируют на итерационные и прямые (неитерационные) методы. В общем, и те и другие алгоритмы осуществляют поиск распределения проводимости объекта или границ неоднородностей в объекте, минимизируя некоторого рода невязку (целевую функцию), включающую в себя разность между измеренными и вычисленными на границе значениями

потенциала. К классу итерационных относятся алгоритмы на основе метода наименьших квадратов (МНК) и вариационные методы. Некоторые примеры МНК: алгоритм Коха и Вогелиуса, алгоритм Векслера, внешний метод наименьших квадратов, одношаговый метод Ньютона (NOSER), модифицированный метод Ньютона–Рафсона, алгоритм Левенберга–Маркварда [17–19]. При использовании вариационных методов обратная задача ЭИТ решается как задача оптимизации, оперирующая множеством вариантов решений. Основные вариационные подходы применяют следующие алгоритмы: генетический алгоритм, алгоритм имитации отжига, алгоритм дифференциальной эволюции [20–21].

Данная работа направлена на разработку численной модели, алгоритмов и комплекса программ для получения двумерных статических изображений электрической проводимости по данным, полученным в ходе экспериментов на измерительной установке (рис. 1). Исследуется вопрос улучшения качества реконструкции изображений ЭИТ, предложены и реализованы подходы к решению задачи, в основе которых лежит аппарат современной математики.

Физическая и математическая постановки задачи

На рис. 1 представлена экспериментальная установка ЭИТ (Университет Восточной Финляндии), которая используется для тестирования вычислительных алгоритмов при решении задачи ЭИТ. Измерительный прибор включает специальную систему сбора данных и томограф, подсоединенный к электродам.

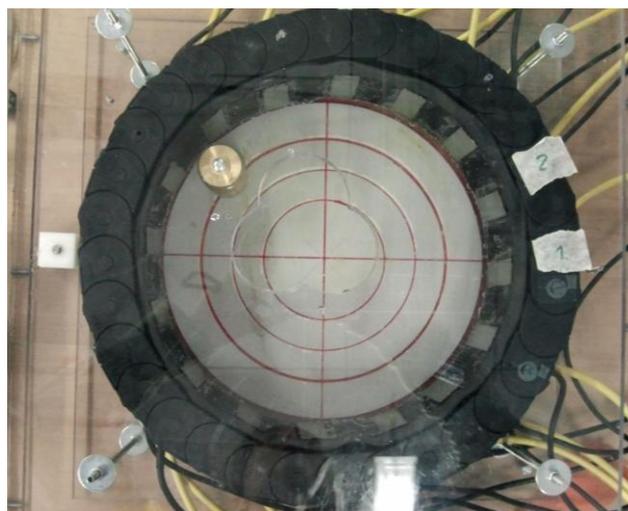


Рис. 1. Экспериментальная установка ЭИТ (Университет Восточной Финляндии). Для проведения физических экспериментов латунная мишень размещается в цилиндрическом сосуде, наполненном водой

Набор электродов прикреплен к поверхности объекта, над которым проводится исследование. Они отвечают за передачу электрического тока и считывание электрического напряжения. Между электродами граница объекта контактирует с воздухом. Прибор управляется с персонального компьютера, на котором можно задать схему инжектирования, частоту и силу тока, определить схему сбора данных и выполнить реконструкцию томографического изображения. Сила электрического тока и частота выбираются в пределах 1–5 мА и 100–150 кГц, если исследования ведутся для медицинских приложений. При проведении на установке (см. рис. 1) физических экспериментов латунная мишень или мишень из другого материала размещается в тестовом цилиндрическом сосуде, наполненном водой или соленым раствором.

В статье использована модель ЭИТ с идеально проводящими электродами, называемая в научной литературе *shunt model* [22], и для нее реализована одна из схем организации измерений, в которой смежные электроды включаются попарно, электрическое напряжение определяется на всех парах электродов. Обращаясь к физической постановке задачи, предполагается, что учитываемые моделью процессы описываются электрическим и магнитным полями, которые удовлетворяют стационарным уравнениям Максвелла. В случае применения ЭИТ к объектам биологической природы ткани проводят электричество, поскольку они содержат ионы, которые переносят электрический заряд. Из-за особенности в проводимости биологических тканей интенсивность магнитного поля становится пренебрежимо малой [1, 2] и поэтому магнитная компонента не рассматривается. Учитывая закон Ома, при таких условиях вектор напряженности электрического поля пропорционален градиенту электрического потенциала, распределение которого внутри объекта исследования удовлетворяет уравнению эллиптического типа в частных производных. В силу отсутствия внутри объекта источников электрического поля, а также с учетом 1-го правила Кирхгофа для электрической цепи, сумма втекающих и вытекающих токов равняется нулю – выполняется закон сохранения заряда. Также предполагается, что на границе, где инжектируется ток, известно значение потенциала электрического тока.

Обобщая вышесказанное, в основе математической модели ЭИТ лежит краевая задача для уравнения эллиптического типа в частных производных [23]. Для двумерного случая (рис. 2) взаимосвязь электрического потенциала и проводимости описывается краевой задачей:

$$\nabla(\sigma \nabla u) = 0, (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

$$\sigma \frac{\nabla u}{\nabla \mathbf{n}} = J_k, (x, y) \in e_k, k = 1, \dots, L, \quad (2)$$

$$\sigma \frac{\nabla u}{\nabla \mathbf{n}} = 0, (x, y) \in \Gamma / \bigcup_{k=1}^L e_k, \quad (3)$$

где σ – электрическая проводимость; u – потенциал электрического поля; \mathbf{n} – единичный вектор внешней нормали; J_k – плотность электрического тока на k -ом электроде; e_k – k -й электрод.

По принятой в литературе терминологии задача (1)–(3) с функцией электрического потенциала $u(x, y)$ в качестве неизвестного будет в дальнейшем называться прямой задачей ЭИТ. Обратной задачей ЭИТ будет именоваться задача (1)–(3) поиска неизвестной функции проводимости $\sigma(x, y)$ в области, дополненная данными измерений электрического напряжения на электродах. Реконструкцию распределения электрической проводимости по ЭИТ-измерениям можно рассматривать как двухэтапный процесс. Первая часть – это решение прямой задачи, в которой вычисляется потенциал по известной силе тока на электродах и известному предполагаемому распределению проводимости. Второй этап заключается в модификации распределения проводимости с целью минимизации разности между измеренным и вычисленным из прямой задачи напряжением на электродах.

Численные методы решения прямой задачи

Специфика задач, возникающих в ЭИТ, накладывает определенные требования на применяемые численные методы. Среди сеточных методов для численной аппроксимации задач традиционно выделяют четыре группы – конечно-разностные (МКР), конечно-элементные (МКЭ), гранично-элементные (МГЭ) и конечно-объемные (МКО). Среди них применительно к прямой задаче ЭИТ наиболее распространен подход по МКЭ. МКЭ обладает гибкостью, когда необходимо быстро улучшить качество аппроксимации без сложных изменений алгоритма. Но в [24] отмечается, что МКЭ не удовлетворяет условию непрерывности электрического тока, тем самым нарушается закон сохранения на элементе сетки и области в целом. С МКЭ ищется решение не конкретной дифференциальной задачи, а обобщенное решение вариационной задачи, введенной из исходной и записанной в интегральной форме.

В работе предложен и реализован подход с МКО на неструктурированных треугольных сетках. Пример расчетной сетки для задачи (1)–(3) приведен на рис. 2, сетка детализована вдоль границы области.

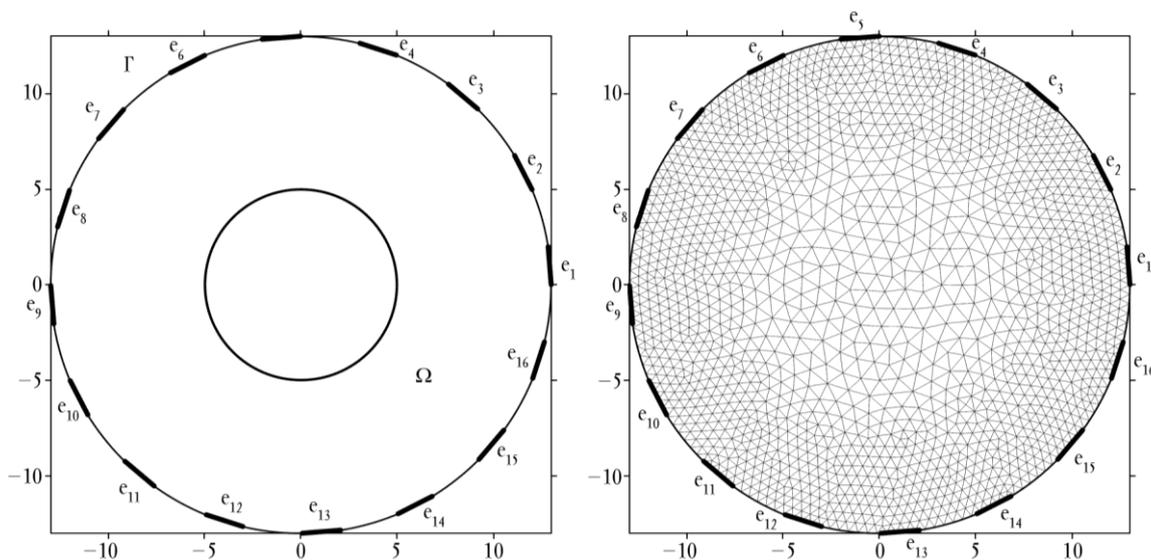


Рис. 2. Двумерная модель области реконструкции Ω (слева), на границе Γ обозначены электроды $e_k, k = 1, \dots, 16$. Расчетная сетка со сгущением к электродам (справа), 3125 треугольных элементов

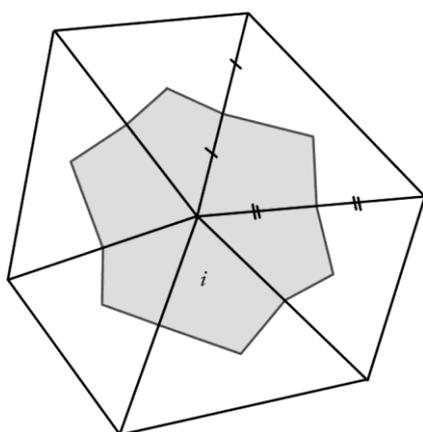


Рис. 3. Фрагмент расчетной сетки, многоугольная барицентрическая ячейка вокруг i -го узла сетки

Как и в МКЭ, распределение потенциала в каждой треугольной ячейке сетки интерполируется линейной функцией, принимающей значения потенциала в вершинах треугольного элемента. Конечным объемом выбирается не треугольник, а барицентрическая ячейка вокруг каждой вершины триангуляции (рис. 3). По принципу обеспечения выполнения законов сохранения, заложенному в МКО, интегрирование уравнения (1) приводит к равенству нулю поверхностного интеграла от градиента потенциала. Дальнейшие преобразования с использованием формулы Грина и аппроксимация производных приводят к разреженной симметричной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестного потенциала. Для решения полученной СЛАУ были опробованы различные итерационные методы: Якоби, Гаусса–

Зейделя, верхней релаксации (SOR), подпространств Крылова BiCG и BiCGSTAB. Устойчивость и высокую скорость сходимости на МКО- и МКЭ-системах уравнений показал метод SOR. Он был выбран для дальнейших вычислений.

Результаты численного моделирования прямой задачи ЭИТ были проверены на двух тестовых задачах, решение одной из которых получено с помощью программного продукта ANSYS FLUENT, у второй задачи существует аналитическое решение. В первом случае на решении из ANSYS FLUENT проверялась правильность моделирования физического явления и влияние значений проводимости на прохождения электрического тока через объект. На рис. 4 – результат моделирования задачи в пакете FLUENT, ему сопоставляется решение, найденное в созданном комплексе программ. Графики (рис. 5) подтверждают правильность профиля электрического потенциала вдоль сечения объекта под углом 45° и через активную пару электродов 1–9. Во втором случае сравнивалась точность расчетов. В качестве теста выбрана задача Неймана для уравнения (1) на круге с неоднородностью радиусом 5 см, расположенной в центре объекта (рис. 2). Фоновая проводимость объекта задавалась $1 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$, для включения выбрана проводимость $5 \text{ См} \cdot \text{м}^{-1}$. Максимум относительной ошибки на сетке в 3125 элементов (рис. 2) составил 0,0328% по МКО и 0,0309% по МКЭ, среднее значение – 0,0177% по МКО и 0,0159% по МКЭ. Максимум относительной ошибки на сетке в 13196 элементов составил 0,0038% по МКО и 0,0033% по МКЭ, среднее значение – 0,0009% по МКО и 0,0006% по МКЭ.

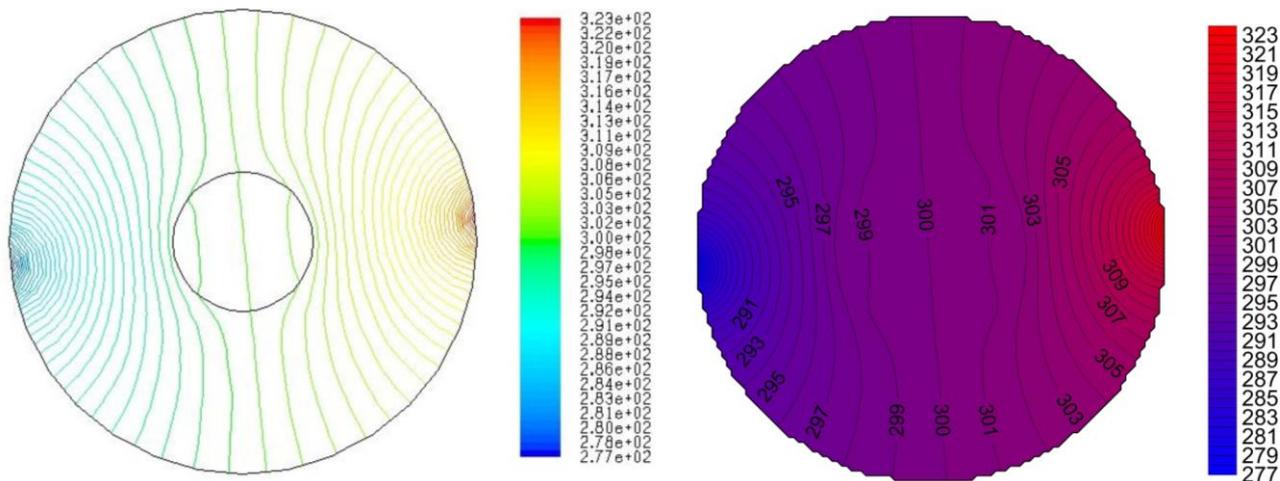


Рис. 4. Численное решение прямой задачи ЭИТ в пакете ANSYS FLUENT (слева) и разработанном пакете программ на основе МКО (справа). Изображены изолинии электрической проводимости внутри объекта. Внутренняя окружность показывает расположение неоднородности

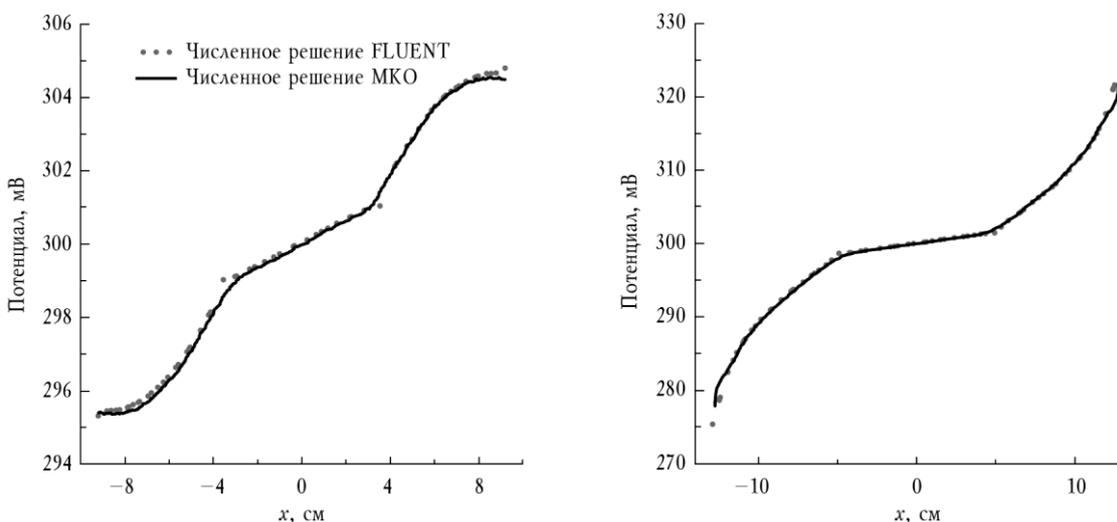


Рис. 5. Сравнение между численным решением на основе МКО и решением в программном продукте ANSYS FLUENT для прямой задачи ЭИТ. Изменение электрического потенциала вдоль сечения объекта под углом 45° (слева) и вдоль сечения объекта через середины 1-го и 9-го электродов (справа)

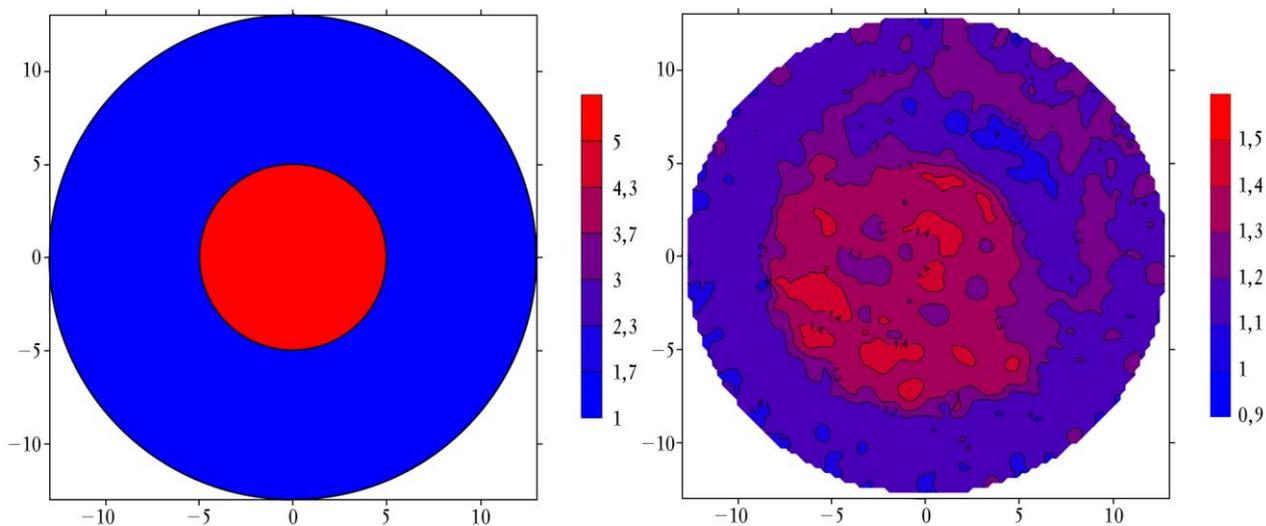


Рис. 6. Распределение электрической проводимости – истинное значение (слева), численное решение (справа)

Некоторые подходы к решению обратной задачи

Задача ЭИТ по восстановлению коэффициентов электрической проводимости является нелинейной некорректной обратной задачей. Поиск ее решения усложнен нарушением условия устойчивости. Количество неизвестных параметров проводимости исследуемого объекта, распределение которых нужно восстановить, ограничено числом линейно независимых измерений, получаемых системой ЭИТ [1, 22].

В статье описаны два подхода к решению обратной задачи. В основе обоих алгоритмов лежит минимизация квадратичного функционала ошибки, который составлен по измерениям и численной оценке электрического напряжения на электродах:

$$F(\sigma) = 0,5(\mathbf{V} - \mathbf{U}(\sigma))^T(\mathbf{V} - \mathbf{U}(\sigma)), \quad (4)$$

где \mathbf{V} – вектор измеренных напряжений; $\mathbf{U}(\sigma)$ – вектор вычисленных напряжений при заданном распределении электрической проводимости σ ; индекс T – транспонирование вектора.

В первом подходе, чтобы получить более устойчивое решение, функционал (4) дополнен членом регуляризации. Аналогично тому, как выводится классический модифицированный метод Ньютона–Рафсона, минимизация функционала приводит к итерационному процессу, называемому методом Левенберга–Марквардта [19]. На рис. 6 изображен пример распределения электрической проводимости, найденного при решении задачи методом Левенберга–Марквардта. Начальные значения проводимости в ячейках сетки, покрывающей объект, задавались равными 1, параметр регуляризации выбирался 10^{-5} .

Другой подход к решению обратной задачи ЭИТ определяется итерационной процедурой по модифицированному алгоритму дифференциальной эволюции (ДЭ) [21], подробно изложенному в [23]. Считается, что границы неоднородностей в распределении проводимости в объекте заранее известны, и требуется оценить значения параметра электрической проводимости. Согласно алгоритму ДЭ, поиск решения обратной задачи в этом случае осуществляется путем перебора различных вариантов решений прямой задачи (1)–(3) в зависимости от принятых значений проводимости. Дифференциальная эволюция оперирует популяцией постоянного размера, элементы которой являются возможными вариантами решения. Варианты анализируются по различиям между индивидами популяции. Поиск «оптимального» решения осуществ-

ляется посредством циклического изменения текущей популяции по эволюционным правилам, таким как мутация, скрещивание и селекция. Работа алгоритма в задаче ЭИТ сводится к решению большого количества прямых задач на каждой итерации и минимизации квадратичного функционала (4). Проведенные численные эксперименты продемонстрировали работоспособность метода на грубой расчетной сетке, подробные результаты изложены в [23]. Алгоритм ДЭ может быть достаточно легко распараллелен. Параллельная реализация уменьшает временные затраты на вычисления. Оценка возможностей и выгоды распараллеливания на графическом процессорном устройстве проверялась на тестовой задаче с 2 и 10 неизвестными на грубой сетке в $N = 130, 283$ и 513 ячеек, размер популяции во всех тестах был задан $10N$. Как показывают результаты расчета, решение задачи можно ускорить в 2–3 раза на графической карте NVIDIA Tesla C2075 относительно решения на центральном процессоре Intel Core i5, 2,8 ГГц.

Заключение

В работе представлены некоторые результаты численного решения прямой и обратной задач ЭИТ. Предложен и исследован вариант конечно-разностной схемы, полученной МКО, для краевой задачи ЭИТ относительно электрического потенциала. Выполнено сравнение качества и точности МКО с МКЭ на тестовых задачах. Результаты сравнения дискретизации методов показали применимость МКО к задаче ЭИТ и достаточный уровень точности, не уступающий МКЭ. Получены и описаны результаты решения обратной задачи ЭИТ для варианта с неизвестной структурой объекта и варианта с известным расположением границ неоднородности в распределении электрической проводимости. Изложенные результаты могут представлять интерес для исследователей, занимающихся разработкой оборудования и алгоритмов для медицинских приложений ЭИТ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 2382).

Литература

1. *Электроимпедансная томография* / Я.С. Пеккер, К.С. Бразовский, В.Ю. Усов, М.П. Плотников, О.С. Уманский. Томск: Изд-во НТЛ, 2004. 192 с.
2. *Lionheart W., Polydorides N., Borsic A. Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications.* Manchester, 2004. 62 p.
3. *Brown B.H. Electrical impedance tomography (EIT): a review // J. Med. Eng. Technol.* 2003. V. 27, № 3. P. 97–108.

- doi: 10.1080/0309190021000059687.
4. *Holder D.S.* Medical impedance tomography and process impedance tomography: a brief review // *Meas. Sci. Technol.* 2001. V. 12. P. 991–996.
 5. *Hope T.A., Iles S.E.* Technology review: The use of electrical impedance scanning in the detection of breast cancer // *Breast Cancer Res.* 2004. V. 6. P. 69–74. doi: 10.1186/bcr744.
 6. *Ybarra G.A., Liu Q.H., Ye G., Lim K.H., Lee J.H., Joines W.T., George R.T.* Breast Imaging using Electrical Impedance Tomography (EIT) // *Emerging Technologies in Breast Imaging and Mammography* / ed. J. Suri, R.M. Rangayyan, S. Laxminarayan. American Scientific Publishers, 2006.
 7. *Pak D.D., Rozhkova N.I., Kireeva M.N., Ermoshchenkova M.V., Nazarov A.A., Fomin D.K., Rubtsova N.A.* Diagnosis of Breast Cancer Using Electrical Impedance Tomography // *Biomed. Eng.* 2012. V. 46, № 4. P. 154–157. doi: 10.1007/s10527-012-9292-7.
 8. *Harris N.D., Brown B.H., Barber D.C.* Continuous monitoring of lung ventilation with electrical impedance tomography // *IEEE Eng. Med. Biol. Society.* 1992. V. 5. P. 1754–1755. doi: 10.1109/IEMBS.1992.5762025.
 9. *Eyuboglu B.M., Brown B.H., Barber D.C.* In vivo imaging of cardiac related impedance changes // *IEEE Eng. Med. Biol. Mag.* 1989. V. 8, № 1. P. 39–45. doi: 10.1109/51.32404.
 10. *Newell J.C., Isaacson D., Cheney M., Saulnier G.J., Gisser D.G., Goble J.C., Cook R.D., Edic P.M.* Impedance images of the chest // *Proc. 14th Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Society.* 1992. V. 5. P. 1752–1753. doi: 10.1109/IEMBS.1992.5762024.
 11. *Holder D.S.* Electrical impedance tomography (EIT) of brain function // *Brain Topography.* 1992. V. 5, № 2. P. 87–93. doi: 10.1007/BF01129035.
 12. *Bagshaw A.P. et al.* Electrical impedance tomography of human brain function using reconstruction algorithms based on the finite element method // *NeuroImage.* 2003. V. 20, № 2. P. 752–764. doi: 10.1016/S1053-8119(03)00301-X.
 13. *Tehrani J.N., Anderson C., Jin C., Schaik A., Holder D., McEwan A.* Feasibility of electrical impedance tomography in haemorrhagic stroke treatment using adaptive mesh // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2010. V. 224, № 1. P. 2065–2068. doi: 10.1088/1742-6596/224/1/012065.
 14. *Smallwood R.H., Mangnall Y.F., Leathard A.D.* Transport of gastric contents // *Physiol. Meas.* 1994. V. 15, suppl. 2A. P. 175–188. doi: 10.1088/0967-3334/15/2A/023.
 15. *Henderson R.P., Webster J.G.* An Impedance Camera for Spatially Specific Measurements of the Thorax // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 1978. V. 25, № 3. P. 250–254. doi: 10.1109/TBME.1978.326329.
 16. *Barber D.C., Brown B.H.* Applied Potential Tomography // *J. Phys. E: Sci. Instrum.* 1984. V. 17, № 9. P. 723–733. doi: 10.1088/0022-3735/17/9/002.
 17. *Kim C.Y., Kang J.M., Kim J.H., Choi B.Y., Kim K.Y.* Modified Newton–Raphson method using a region of interest in electrical impedance tomography // *J. Korean Phys. Society.* 2012. V. 61, № 8. P. 1199–1205. doi: 10.3938/jkps.61.1199.
 18. *Cheney M., Isaacson D., Newell J.C., Simske S., Goble J.* NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem // *Int. J. Img. Sys. Technol.* 1990. V. 2, № 2. P. 66–75. doi: 10.1002/ima.1850020203.
 19. *Yorkey T.J., Webster J.G., Tompkins W.J.* Comparing Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 1987. V. 34, № 11. P. 843–852. doi: 10.1109/TBME.1987.326032.
 20. *Kim H.C., Boo C.J.* Intelligent Optimization Algorithm Approach to Image Reconstruction in Electrical Impedance Tomography // *Lecture Notes in Computer Science.* 2006. V. 4221. P. 856–859. doi: 10.1007/11881070_113.
 21. *Li Y.* Resistivity Parameters Estimation Based on 2D Real Head Model Using Improved Differential Evolution Algorithm // *Proc. 28th Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Society.* 2006. P. 6720–6723. doi: 10.1109/IEMBS.2006.260930.
 22. *Somersalo E., Cheney M., Isaacson D.* Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography // *SIAM J. Appl. Math.* 1992. V. 52, № 4. P. 1023–1040.
 23. *Шерина Е.С., Старченко А.В.* Численный метод реконструкции распределения электрического импеданса внутри биологических объектов по измерениям тока на границе // *Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика.* 2012. № 4. С. 36–49.
 24. *Dong G., Zou J., Bayford R.H., Xinshan M., Shangkai G., Weili Y., Manling G.* The comparison between FVM and FEM for EIT forward problem // *IEEE Trans. Magnetics.* 2005. V. 41, № 5. P. 1468–1471. doi: 10.1109/TMAG.2005.844558.

Поступила в редакцию 07.12.2013 г.

Утверждена к печати 07.05.2014 г.

Шерина Екатерина Сергеевна (✉) – аспирант кафедры вычислительной математики и компьютерного моделирования механико-математического факультета НИ ТГУ (г. Томск).

Старченко Александр Васильевич – д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры вычислительной математики и компьютерного моделирования механико-математического факультета НИ ТГУ (г. Томск).

✉ **Шерина Екатерина Сергеевна**, тел. 8-923-405-7526; e-mail: sherina@math.tsu.ru

NUMERICAL SIMULATION OF ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY PROBLEM AND STUDY OF APPROACH BASED ON FINITE VOLUME METHOD

Sherina Ye.S., Starchenko A.V.

National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation

ABSTRACT

This research has been aimed to carry out a study of peculiarities that arise in a numerical simulation of the electrical impedance tomography (EIT) problem. Static EIT image reconstruction is sensitive to a measurement noise and approximation error. A special consideration has been given to reducing of the approximation error, which originates from numerical implementation drawbacks. This paper presents in detail two numerical approaches for solving EIT forward problem. The finite volume method (FVM) on unstructured triangular mesh is introduced. In order to compare this approach, the finite element (FEM) based forward solver was implemented, which has gained the most popularity among researchers. The calculated potential distribution with the assumed initial conductivity distribution has been compared to the analytical solution of a test Neumann boundary problem and to the results of problem simulation by means of ANSYS FLUENT commercial software. Two approaches to linearized EIT image reconstruction are discussed. Reconstruction of the conductivity distribution is an ill-posed problem, typically requiring a large amount of computation and resolved by minimization techniques. The objective function to be minimized is constructed of measured voltage and calculated boundary voltage on the electrodes. A classical modified Newton type iterative method and the stochastic differential evolution method are employed. A software package has been developed for the problem under investigation. Numerical tests were conducted on simulated data. The obtained results could be helpful to researches tackling the hardware and software issues for medical applications of EIT.

KEY WORDS: electrical impedance tomography, finite volume method, unstructured mesh, coefficient inverse problem.

Bulletin of Siberian Medicine, 2014, vol. 13, no. 4, pp. 156–164

References

1. Pekker Ja.S., Brazovskij K.S., Usov V.Ju., Plotnikov M.P., Umanskij O.S. *Electrical impedance tomography*. Tomsk, Izd-vo NTL Publ., 2004. 192 p. (in Russian).
2. Lionheart W., Polydorides N., Borsic A. *Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications*. Manchester, 2004. 62 p.
3. Brown B.H. Electrical impedance tomography (EIT): a review. *J. Med. Eng. Technol.*, 2003. vol. 27, no. 3, pp. 97–108. doi: 10.1080/0309190021000059687.
4. Holder D.S. Medical impedance tomography and process impedance tomography: a brief review. *Meas. Sci. Technol.*, 2001, vol. 12, pp. 991–996.
5. Hope T.A., Iles S.E. Technology review: The use of electrical impedance scanning in the detection of breast cancer. *Breast Cancer Res.*, 2004, vol. 6, pp. 69–74. doi: 10.1186/bcr744.
6. Ybarra G.A., Liu Q.H., Ye G., Lim K.H., Lee J.H., Joines W.T., George R.T. Breast Imaging using Electrical Impedance Tomography (EIT). *Emerging Technologies in Breast Imaging and Mammography*. Ed. J. Suri, R.M. Rangayyan, S. Laxminarayan. American Scientific Publishers, 2006.
7. Pak D.D., Rozhkova N.I., Kireeva M.N., Ermoshchenkova M.V., Nazarov A.A., Fomin D.K., Rubtsova N.A. Diagnosis of Breast Cancer Using Electrical Impedance Tomography. *Biomed. Eng.*, 2012, vol. 46, no. 4, pp. 154–157. doi: 10.1007/s10527-012-9292-7.
8. Harris N.D., Brown B.H., Barber D.C. Continuous monitoring of lung ventilation with electrical impedance tomography. *IEEE Eng. Med. Biol. Society*, 1992, vol. 5, pp. 1754–1755. doi: 10.1109/IEMBS.1992.5762025.
9. Eyuboglu B.M., Brown B.H., Barber D.C. *In vivo* imaging of cardiac related impedance changes. *IEEE Eng. Med. Biol. Mag.*, 1989, vol. 8, no. 1, pp. 39–45. doi: 10.1109/51.32404.
10. Newell J.C., Isaacson D., Cheney M., Saulnier G.J., Gisser D.G., Goble J.C., Cook R.D., Edic P.M. Impedance images of the chest. *Proc. 14th Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Society*, 1992, vol. 5, pp. 1752–1753. doi: 10.1109/IEMBS.1992.5762024.
11. Holder D.S. Electrical impedance tomography (EIT) of brain function. *Brain Topography*, 1992, vol. 5, no. 2, pp. 87–93. doi: 10.1007/BF01129035.
12. Bagshaw A.P. et al. Electrical impedance tomography of human brain function using reconstruction algorithms based on the finite element method. *Neuro Image*, 2003, vol. 20, no. 2, pp. 752–764. doi: 10.1016/S1053-8119(03)00301-X.
13. Tehrani J.N., Anderson C., Jin C., Schaik A., Holder D., McEwan A. Feasibility of electrical impedance tomography in haemorrhagic stroke treatment using adaptive mesh. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2010, vol. 224, no. 1, pp. 2065–2068. doi: 10.1088/1742-6596/224/1/012065.
14. Smallwood R.H., Mangnall Y.F., Leathard A.D. Transport of gastric contents. *Physiol. Meas.*, 1994, vol. 15, suppl. 2A, pp. 175–188. doi: 10.1088/0967-3334/15/2A/023.
15. Henderson R.P., Webster J.G. An Impedance Camera for

- Spatially Specific Measurements of the Thorax. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 1978, vol. 25, no. 3, pp. 250–254. doi: 10.1109/TBME.1978.326329.
16. Barber D.C., Brown B.H. Applied Potential Tomography. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, 1984, vol. 17, no. 9, pp. 723–733. doi: 10.1088/0022-3735/17/9/002.
17. Kim C.Y., Kang J.M., Kim J.H., Choi B.Y., Kim K.Y. Modified Newton-Raphson method using a region of interest in electrical impedance tomography. *J. Korean Phys. Society*, 2012, vol. 61, no. 8, pp. 1199–1205. doi: 10.3938/jkps.61.1199.
18. Cheney M., Isaacson D., Newell J.C., Simske S., Goble J. NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem. *Int. J. Img. Sys. Technol.*, 1990, vol. 2, no. 2, pp. 66–75. doi: 10.1002/ima.1850020203
19. Yorkey T.J., Webster J.G., Tompkins W.J. Comparing Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 1987, vol. 34, no. 11, pp. 843–852. doi: 10.1109/TBME.1987.326032.
20. Kim H.C., Boo C.J. Intelligent Optimization Algorithm Approach to Image Reconstruction in Electrical Impedance Tomography. *Lecture Notes in Computer Science.*, 2006, vol. 4221, pp. 856–859. doi: 10.1007/11881070_113.
21. Li Y. Resistivity Parameters Estimation Based on 2D Real Head Model Using Improved Differential Evolution Algorithm. *Proc. 28th Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Society.*, 2006, pp. 6720–6723. doi: 10.1109/IEMBS.2006.260930.
22. Somersalo E., Cheney M., Isaacson D. Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography. *SIAM J. Appl. Math.*, 1992, vol. 52, no. 4, pp. 1023–1040.
23. Sherina E.S., Starchenko A.V. Chislennyj metod rekonstrukcii raspredelenija jelektricheskogo impedansa vnutri biologicheskikh ob'ektov po izmerenijam toka na granice. *Vestnik Tom. gos. un-ta. Matematika i mehanika*, 2012, no. 4, pp. 36–49 (in Russian).
24. Dong G., Zou J., Bayford R.H., Xinshan M., Shangkai G., Weili Y., Manling G. The comparison between FVM and FEM for EIT forward problem. *IEEE Trans. Magnetics*, 2005, vol. 41, no. 5, pp. 1468–1471. doi: 10.1109/TMAG.2005.844558.

Sherina Yekaterina S. (✉), National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation.

Starchenko Aleksandr V., National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation.

✉ **Sherina Yekaterina S.**, Ph. +7-923-405-7526; e-mail: sherina@math.tsu.ru