

СИБЕРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Медико-биологический факультет

СБОРНИК МЕТОДИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ

К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ ПО

КУРСУ ФИЗИКИ

ЧАСТЬ I

1995г.

РАБОТА № I

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА ИЗ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

- ЦЕЛЬ РАБОТЫ: 1. Решить задачу о движении крутильного маятника на основе законов динамики вращательного движения.
2. Опытным путем определить момент инерции твердого тела.

ПРИБОРЫ И

ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: крутильный маятник с секундомером, дополнительные грузы.

ВВЕДЕНИЕ

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси имеет вид:

$$\frac{d}{dt}(J\omega) = M \quad (1)$$

$$J = \sum_{i=1}^n m_i z_i^2 \quad (2)$$

где J — величина, равная сумме произведений масс материальных точек m_i на квадраты расстояний их до оси вращения z_i (рис. 1), называется моментом инерции системы (тела) относительно оси вращения;

ω — угловая скорость;

M — момент всех внешних сил, действующих на вращающееся тело.

В случае, когда момент инерции J при вращении твердого тела остается постоянным, уравнение (1) переходит в

$$J \frac{d\omega}{dt} = M \quad (3)$$

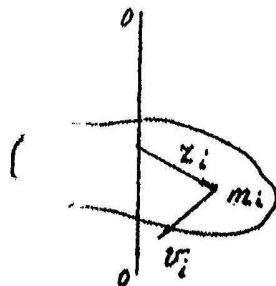


Рис. 1

Момент инерции J играет ту же роль, что и масса при поступательном движении, и является мерой инертности тела при его вращении. Согласно формуле (2), момент инерции зависит не только от массы тела, но и от того как эта масса распределена относительно оси вращения. Чем дальше от оси вращения сконцентрирована масса тела, тем больше его момент инерции.

Единицей измерения момента инерции в системе СИ является $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Для большинства тел масса распределена непрерывно и сумма (2) может быть применена интегралом

$$J = \int r^2 dm \quad (4)$$

где dm — масса любой бесконечно малой части тела; r — её расстояние до оси вращения.

Уравнение (4) позволяет вычислять моменты инерции однородных тел правильной геометрической формы.

Можно также упростить вычисления моментов инерции тел по известной теореме.

1. Теорема о параллельном переносе осей вращения (теорема Штейнера).

Она утверждает, что если J — момент инерции тела массой m относительно некоторой оси вращения, а J_c — момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела и параллельной первой оси, отстоящей от неё на расстояние h , то

$$J = J_c + m h^2 \quad (5)$$

Таким образом, если известен момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс, например, ось OO' на рис. 2, то нетрудно вычислить момент инерции относительно любой параллельной ей оси $O'O$.

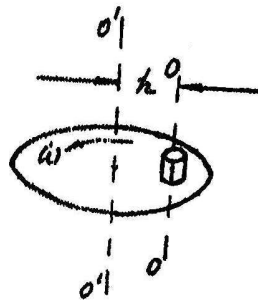


Рис. 2

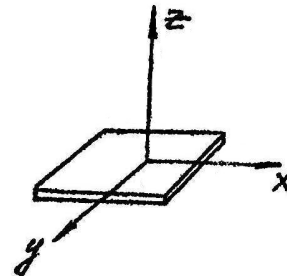


Рис. 3

Теорема о параллельном переносе осей может быть применена к любому телу.

2. Теорема о перпендикулярных осях.

Эта теорема применима лишь к плоским фигурам или телам постоянной толщины, которой можно пренебречь по сравнению с другими размерами.

Согласно этой теореме, сумма моментов инерции плоского тела относительно любой пары взаимно перпендикулярных осей в плоскости этого тела равна моменту инерции относительно оси, проходящей через точку пересечения осей перпендикулярно плоскости тела (рис. 3)

$$J_z = J_x + J_y \quad (6)$$

где J_z , J_x , J_y — моменты инерции относительно осей z , x и y соответственно.

Для тел сложной геометрической формы или неоднородных моментов инерции обычно определяют опытным путем.

Одним из способов определения момента инерции является метод крутильных колебаний. Движение твердого тела, подвешенного на нити (проволоке) и приводимого в крутильные колебания, описывается уравнением (3)

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M$$

где J - момент инерции тела, подвешенного на нити (крутильного маятника), относительно оси вращения; dw/dt - угловое ускорение; M - момент упругих сил относительно оси вращения φ .

В соответствии с законом Гука момент упругих сил M , возникающий при закручивании нити и стремящийся вернуть крутильный маятник в положение равновесия, пропорционален углу закручивания φ и равен

$$M = -D\varphi \quad (7)$$

Здесь D - модуль кручения, зависит от свойств материала, радиуса и длины проволоки.

Учитывая (7), уравнение движения маятника можно записать в виде

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D}{J}\varphi = 0 \quad (8)$$

или вводя обозначение $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}$

$$\varphi + \omega_0^2 \varphi = 0 \quad (9)$$

Известно, что решением этого уравнения является периодическая функция

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha) \quad (10)$$

то есть маятник совершает гармонические колебания с круговой частотой $\omega_0 = \sqrt{D/J}$ или периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad (11)$$

Если увеличить массу тела, подвешенного на нити, добавив груз с моментом инерции J_1 , то изменится и период колебаний

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J+J_1}{D}} \quad (12)$$

Возведя в квадрат уравнения (12) и (11) и поделив одно на другое, получим

$$\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{J+J_1}{J} \text{ и } J = J_1 \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} \quad (13)$$

*) Моментом сил трения можно пренебречь.

Уравнение (13) позволяет по известному моменту инерции дополнительного груза J_1 и значениям T и T_1 , измеренным опытным путем, определить момент инерции маятника J . Зная момент инерции маятника, можно таким же образом определить неизвестный момент инерции J_2 другого дополнительного груза.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Прибор "Крутильный маятник КМ-05" представлен на рис. 4. На основании (2), оснащенном четырьмя ножками с регулируемой высотой, прикреплен миллисекундомер (1). В основании закреплена колонка (3), на которой при помощи прижимных винтов закреплены кронштейны (4,5,6). На кронштейне (5) закреплена стальная плита (8), которая служит основанием фотоэлектрическому датчику (9), электромагниту (10) и шкале (11). Кронштейны (4 и 6) имеют зажимы, служащие для закрепления стальной проволоки, на которой подвешена рамка (7).

Конструкция рамки позволяет закреплять грузики (12), значительно отличающиеся друг от друга по внешним размерам. Грузики крепятся при помощи подвижной балки, которая перемещается по направляющим между неподвижными балками. Балка устанавливается путем затягивания гаек на зажимных втулках, помещенных на подвижной балке.

Фотоэлектрический датчик и электромагнит соединены с миллисекундомером при помощи разъема I.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

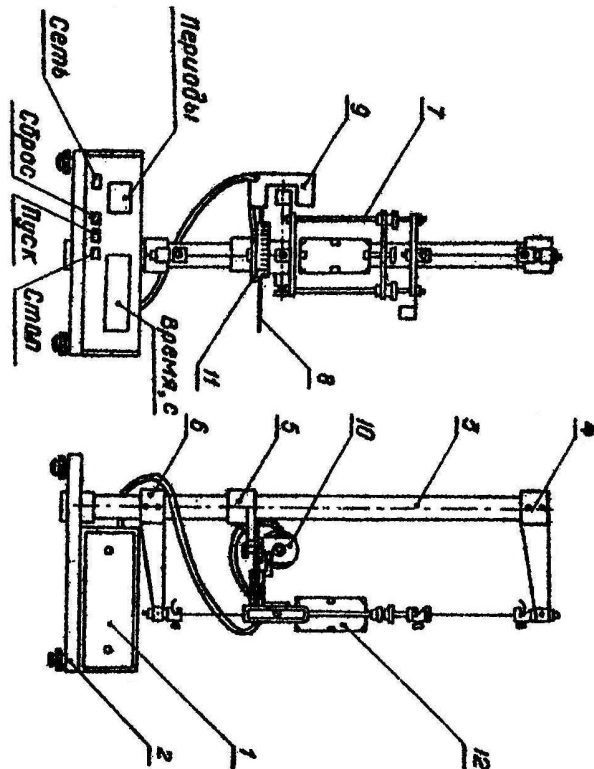
I. Определить период крутильных колебаний T . Для этого - включить "Крутильный маятник", нажав клавишу "С е т ь". Включение проявляется в виде свечения цифровых индикаторов, высвечивающих цифру "0" и свечения лампочки фотоэлектрического датчика.

- Установить электромагнит в заданном положении на плите и закрепить его, затягивая винт. Поворачивая крутильный маятник, зафиксировать его при помощи электромагнита.

- Нажать кнопку " П у с к ". Нажатие этой кнопки обесточивает электромагнит и маятник совершает крутильные колебания.

- После отсчета измерителем (индикатор на цифровой панели секундомера - "Периоды") не менее 10 крутильных колебаний нажать кнопку "С т о п".

Рис. 4



7

- Определять период крутильных колебаний маятника по формуле

$$T = t/n$$

где n - число колебаний, совершенных маятником за время t

- Данные измерения и расчета занести в таблицу.

- Нажать клавишу "С б р о с", тем самым подготовить прибор к следующему измерению.

- Повторить опыт по определению T три раза.

2. Определить период крутильных колебаний маятника с дополнительным грузом T_1 . Для этого закрепить на крутильном маятнике груз (№ 1) с известным моментом инерции ($J_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$) и вышеизложенным способом определить T_1 . Опыт также повторить три раза и результаты записать в таблицу.

3. На основании опытных данных и известного момента инерции дополнительного груза J_1 вычислить момент инерции крутильного маятника J по формуле (13).

4. Определить момент инерции дополнительного груза № 2.

5. Оценить абсолютную и относительную погрешности измерений и с учетом погрешности записать окончательные результаты.

Таблица

№	t	n	$T = \frac{t}{n}$	t_1	n_1	$T_1 = \frac{t_1}{n_1}$
I	с		с	с		с
II						
Оред-ное			$\bar{T} =$			$\bar{T}_1 =$

t_2	n_2	$T_2 = \frac{t_2}{n_2}$	Точ. н. изм. $\frac{t}{n}$	$J \pm \Delta J$	$J_2 \pm \Delta J_2$
с		с	с	кг·м ²	кг·м ²
		$\bar{T}_2 =$			

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
2. Запишите уравнение движения крутильного маятника и его решение.
3. Чему равен период колебаний крутильного маятника?
4. Что такое момент инерции?
5. Сформулируйте теоремы, позволяющие упростить вычисления моментов инерции.
6. Как рассчитывается момент инерции тела, масса которого распределена непрерывно?
7. Выведите формулу для расчета момента инерции крутильного маятника.
8. Как рассчитать момент инерции дополнительного груза?

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.Джанколи. Физика Т. I, 1989.
2. И.В.Савельев. Курс физики, Т. I, 1989.

РАБОТА № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА ПУЛИ
С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: ознакомиться с примером применения законов вращательного движения для решения задачи определения скорости пули.

ПРИБОРЫ И

ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: экспериментальная установка (рис. 2).

ВВЕДЕНИЕ

Баллистический метод определения скорости быстро летящих тел основан на использовании явления абсолютно неупругого удара тела сравнительно малой массы с другим, гораздо более массивным телом (маятником), которое до удара находится в равновесии, а получив импульс, приходит в движение.

В настоящей работе используется баллистический крутильный маятник (рис. I)

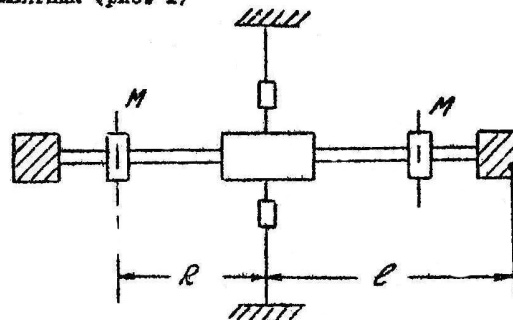


Рис. I

Он представляет собой стержень с грузами M , закрепленный в горизонтальном положении натянутой вертикально стальной проволокой. На концах стержня крепятся мишени из пластилина. После попадания пули в мишень маятник начинает поворачиваться вокруг вертикальной оси, а полученная маятником кинетическая

энергия постепенно переходит в потенциальную энергию упругой деформации закручивающейся стальной нити. При некотором угле поворота φ_0 маятник останавливается, и затем нить начинает раскручиваться; возникает колебания маятника.

Скорость v , с которой пуля ударяется в маятник, можно выразить через максимальный угол поворота маятника φ_0 , если воспользоваться законом сохранения момента импульса для описания неупругого взаимодействия пули с маятником, а затем законом сохранения механической энергии в процессе последующего движения маятника с застрявшей в нем пулей.

Действительно, момент импульса системы пуля-маятник в процессе взаимодействия можно считать постоянным, так как время удара $\tau \ll T$ — периода колебаний маятника и за время τ маятник не успевает существенно отклониться от положения равновесия, а, следовательно, моментом упругих сил, возникающих при закручивании маятника, можно пренебречь и записать

$$(\mathcal{I}_1 + m\ell^2)\omega = mv\ell \quad (1)$$

где \mathcal{I}_1 — момент инерции маятника относительно вертикальной оси; $m\ell^2$ — момент инерции пули (m — масса пули, ℓ — расстояние от места попадания пули до вертикальной оси маятника); ω — угловая скорость маятника с застрявшей в нем пулей после удара; $mv\ell$ — момент импульса пули непосредственно перед соударением с мишенью.

Если пренебречь работой сил сопротивления при движении маятника, то его полная механическая энергия остается постоянной.

$$\frac{1}{2}D\varphi_0^2 = \frac{1}{2}(\mathcal{I}_1 + m\ell^2)\omega^2 \quad (2)$$

где $\frac{1}{2}D\varphi_0^2$ — потенциальная энергия упругой деформации стальной нити в момент максимального отклонения маятника от положения равновесия (D — модуль кручения стальной нити); $\frac{1}{2}(\mathcal{I}_1 + m\ell^2)\omega^2$ — кинетическая энергия маятника с пулей непосредственно после соударения, когда нить подвеса еще не закручена.

Из выражений (1) и (2) следует

$$v^2 = \frac{D\varphi_0^2}{m^2\ell^2}(\mathcal{I}_1 + m\ell^2) \quad (3)$$

Так как момент инерции пули много меньше инерции маятника

$$m\ell^2 \ll \mathcal{I}_1 \quad \text{выражение (3) можно упростить} \quad (4)$$

$$v^2 = \frac{D\varphi_0^2}{m^2\ell^2}\mathcal{I}_1$$

Таким образом, измерив φ_0 , m и ℓ , можно определить начальную скорость пули v , если известны модуль кручения D нити подвеса и момент инерции маятника \mathcal{I}_1 .

Настоящая работа, однако, обходит необходимость независимо-го определения D и \mathcal{I}_1 , заменив это более простой процедурой измерения периодов колебаний маятника при двух разных положениях грузов M (рис. 1). Известно, что период крутильных колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{I}}{D}} \quad (5)$$

Чтобы исключить из формулы (4) D и \mathcal{I}_1 , можно поступить следующим образом. Пусть при некотором определенном расстоянии грузов M от оси маятника R_1 его момент инерции \mathcal{I}_1 и период колебаний

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{I}_1}{D}} \quad (6)$$

Если изменить расстояние грузов от оси до R_2 , то момент инерции станет \mathcal{I}_2 и период колебаний

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\mathcal{I}_2}{D}} \quad (7)$$

Используя теорему Штейнера, можно записать

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1 &= \mathcal{I}_0 + 2MR_1^2 \\ \mathcal{I}_2 &= \mathcal{I}_0 + 2MR_2^2 \end{aligned} \quad (8)$$

где \mathcal{I}_0 — момент инерции маятника для такого положения грузов, когда их собственные оси симметрии совпадают с осью вращения маятника ($R_1 = R_2 = 0$).

Из (6) и (7) можно получить

$$\mathcal{D} = \frac{4\pi^2(\gamma_1 - \gamma_2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad \gamma_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} (\gamma_1 - \gamma_2) \quad (9)$$

Учитывая, что на основании (8) $\gamma_1 - \gamma_2 = 2M(R_1^2 - R_2^2)$ и подставив в соотношение (4) \mathcal{D} и γ_1 из (9), получим окончательную формулу для определения скорости пули

$$v = \frac{4\pi M}{m\ell} \gamma_0 \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} (R_1^2 - R_2^2) \quad (10)$$

Подчеркнем, что γ_0 — угол максимального отклонения маятника, когда его момент инерции равен γ_1 .

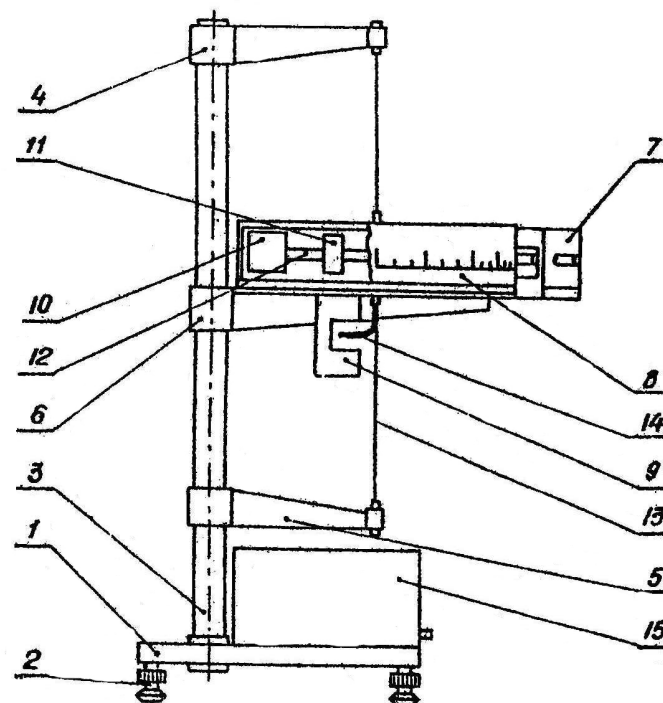
ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

На вертикальной стойке (3) натянута стальная проволока (13) (рис. 2), закрепленная на кронштейнах. На проволоке подвешен металлический стержень (12), по которому в горизонтальном направлении могут перемещаться два груза равной массы (11). На концах стержня расположены мишени со шкалами (10).

Стержень с грузами находится внутри прозрачного кожуха (8) со шкалой, по которой отсчитывается угол поворота маятника после попадания пули в мишень.

Внутри кожуха размещен конец ствола пистолета (7), из которого производится выстрел. Пистолет представляет собой металлический стержень, на который насажена жесткая пружина. Стержень пистолета находится в металлическом кожухе. На конце стержня помещается пуля в виде небольшого кольца. Пружина сжимается с помощью двух подвижных ручек. После освобождения пружины происходит выстрел. Ниже прозрачного кожуха размещен фотоэлектрический датчик (14).

После того, как производится выстрел из пистолета и пуля попадает в мишень, маятник начинает совершать крутильные колебания. Вместе с маятником совершает колебания и стержень (14), закрепленный на вертикальной проволоке. Во время движения он перекрывает световой поток, в результате чего сигнал с датчика



поступает на миллисекундомер (I5), который регистрирует число колебаний и полное время колебаний.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Максимально приблизить грузы, расположенные на стержне, к оси вращения маятника и зафиксировать их положение винтами. При этом расстояние грузов до оси вращения $R_1 = 2$ см.

2. Включить в сеть миллисекундомер и нажать кнопку "Сеть", расположенную на его лицевой панели. При этом должны загореться цифровые индикаторы.

3. Проверить готовность установки к работе. Для этого привести в движение маятник, отклонив его на угол $15-17^\circ$. Нажать на кнопку "Сброс" на миллисекундомере и убедиться, что он регистрирует число и время колебаний маятника, после чего нажать кнопку "Стоп".

4. Зарядить пистолет. Для этого левую подвижную ручку повернуть вверх и вложить пулю, затем повернуть эту ручку в горизонтальное положение. Потянуть за обе подвижные ручки до щелчка.

5. Убедившись, что маятник находится в состоянии покоя, произвести выстрел. Для чего правую ручку опустить вниз. По угловой шкале определить максимальный угол отклонения маятника φ_0 . Определить расстояние ℓ от оси вращения до центра пули, попавшей в мишень.

Произвести 5 выстрелов. После чего необходимо разрядить пистолет.

6. Отклонить маятник на угол $15-17^\circ$ и отпустить. Убедиться, что стержень (I4) пересекает луч фотодатчика. Нажать кнопку "Сброс" миллисекундомера, который начнет отсчет времени и числа колебаний. По его показаниям вычислить период T колебаний маятника по формуле $T = t/n$, где t — время n колебаний. Чтобы отсчитать нужное число колебаний n (например, 10), необходимо нажать кнопку "Стоп" тогда, когда на шкале "Периоды" появится цифра ($n-1$) (для нашего примера 9). Счет прекращается при n колебаниях, на шкале "Время" высвечивается результат.

7. Повторить измерение периода колебаний при другом положении грузов.

8. Записать в таблицу расстояние грузов от оси вращения R_2 .

9. Вычислить скорость пули по формуле (10) и оценить погрешность.

Данные расчетов:

масса пули $m = (0,68 \pm 0,06) \text{ г}$

масса груза $M = (181,3 \pm 0,1) \text{ г}$

Таблица

№ измерения	φ_0 рад	т.ч. φ_0 рад	ℓ см	т.ч. ℓ см	t_1 с	T_1 с	t_2 с	T_2 с	т.ч. ℓ с	R_1 см	т.ч. R_1 см	$v \pm \Delta v$ см/с
1												
2												
3												
4												
5												
Среднее												

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие взаимодействия называются абсолютно неупругими? Абсолютно упругими?
2. В чем заключается закон сохранения момента импульса? Запишите этот закон для системы пуля-маятник в момент попадания пули в мишень.
3. Запишите закон сохранения энергии для маятника сразу после попадания пули в мишень.
4. Чему равен период крутильных колебаний?
5. Сформулируйте теорему Штейнера.
6. Дайте определения момента импульса материальной точки, момента импульса твердого тела, момента инерции материальной точки, момента инерции твердого тела относительно оси.
7. Выведите формулу для определения скорости пули баллистическим методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс физики. Том I, 1989.
2. Лабораторный практикум по курсу физики (механика). Обнинск, ИАЭ, 1988.

РАБОТА № 3

МАЯТНИК ОБЕРБЕКА

Цель работы: изучение вращения твердого тела вокруг закрепленной оси на примере маятника Обербека.

Приборы и

принадлежности: установка, включающая в себя маятник Обербека и миллисекундомер; набор грузов.

В в е д е н и е

При вращательном движении твердого тела вокруг закрепленной оси все точки тела описывают окружности в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения с центрами, лежащими на этой оси. Если ось вращения — одна из главных осей инерции тела, то основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела

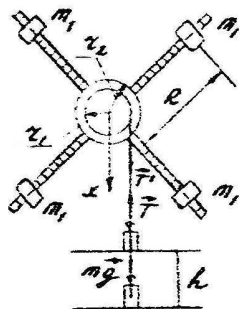
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (1)$$

преобразуется к виду

$$I\epsilon = M, \quad (2)$$

где в (1) и (2): \vec{L} — момент импульса твердого тела; \vec{M} — сумма всех моментов сил, приложенных к телу; I — момент инерции тела относительно оси вращения; M — сумма проекций моментов сил на ось вращения, а ϵ — угловое ускорение тела.

В настоящей работе вращательное движение твердого тела изучается на приборе, устройство которого схематически изображено на рис. 1.



Твердое тело (маятник Обербека) выполнено в виде крестовины из стержней с насаженными на них грузами m_i . Вращательный момент M создается натяжением T нити, переброшенной через шкив радиуса r_1 или r_2 , насаженный на ту же ось, что и крестовина. К свободному концу нити подвешена платформа с перегрузом, суммарная масса которых m .

Экспериментально проверяется правильность следствий, вытекающих из уравнения (2). В пренебрежении моментом сил трения в оси подшипника шкива уравнение (2) принимает вид

$$I\epsilon = r_i T, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

В (3) учтено, что $T = T'$ (нить невесома).

Используя для описания движения платформы с перегрузком второй закон Ньютона и учитывая связь между ускорением платформы с перегрузком a и угловым ускорением крестовины, получим еще два уравнения:

$$ma = mg - T \quad (4)$$

$$a = r_i \epsilon \quad (5)$$

Знаки проекции величин, входящих в (4), соответствуют положительному направлению оси X , указанному на рис. 1. Решая совместно уравнения (3)–(5), находим выражение для ускорения, с которым опускается платформа с перегрузком

$$a = \frac{g}{\left(1 + \frac{I}{mr_i^2}\right)} \quad (6)$$

Так как платформа с перегрузком движется из состояния покоя прямолинейно с постоянным ускорением, то пройденное ими расстояние меняется со временем по закону

$$h = \frac{1}{2} at^2 \quad (7)$$

Исключая из (6) и (7) ускорение, получим для момента инерции маятника следующее выражение

$$I = mr_i^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (8)$$

Измерив величины m , h , t и α , можно по формуле (8) определить момент инерции маятника.

Уравнение (8) получено без учета момента силы трения в оси подшипника шкива. Предполагая, что этот момент практически не зависит от угловой скорости вращения маятника, т.е. является постоянным, можно экспериментально оценить его величину. Для этого к концу нити, намотанной на любой из шкивов, прикрепляется платформа с перегрузком (или без него) суммарной массой m , поднятая на высоту h . Очевидно, что до того момента, когда маятник начнет вращаться, система маятник – платформа обладает потенциальной энергией mgh . Предоставим маятнику вращаться до полной остановки. При этом вся запасенная энергия будет израсходована на работу против сил трения, то есть

$$mgh = M_{тр} \varphi,$$

где $\varphi = 2\pi\rho$ – полный угол поворота маятника, а ρ – число оборотов (может быть неположительным).

Таким образом, искомый момент трения равен

$$M_{тр} = \frac{mgh}{2\pi\rho} \quad (9)$$

Если $M_{тр} < M$, то формула (8) пригодна для определения I .

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И ПОДГОТОВКА ЕЁ К РАБОТЕ

Крестовина маятника Обербека крепится на ступке, насаженной на горизонтальную ось, закрепленную в подшипниках. Момент инерции устройства можно менять передвигая вдоль стержней грузы на различные расстояния R от оси вращения.

Расстояние h , проходимое платформой с перегрузком, определяется по миллиметровой шкале как разность положений нижнего среза платформы в момент окончания и в момент начала отсчета времени.

Время измеряется миллисекундомером. Отсчет времени начинается одновременно с выключением питания электромагнита, удерживающего крестовину в состоянии покоя. Прекращается отсчет времени по сигналу фотодатчика, установленного на кронштейне, в момент пересечения нижним срезом платформы оптической оси датчика.

Подготовка установки к работе заключается в следующей последовательности операций.

1. Закрепить нить с платформой на шкив большого радиуса, затем перевести платформу для грузов в верхнее положение. Включить кнопку "Сеть" на лицевой панели секундомера. При этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера и сработать электромагнитный фрикцион, фиксирующий крестовину в заданном положении.

2. Нажать кнопку "Пуск" и, удерживая её в нажатом положении, убедиться в том, что электромагнит обесточивается. При этом крестовина начинает раскручиваться, миллисекундомер производит отсчет времени, а в момент пересечения платформой с грузом оптической оси фотодатчика отсчет времени прекращается.

3. Кнопку "Пуск" вернуть в исходное положение, снять нить с платформой со шкива, установить грузы m_i на одинаковом расстоянии от оси вращения маятника. Проверить, что маятник находится в положении безразличного равновесия. Маятник сбалансирован, если при повороте на любой угол он остается в покое.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Упражнение I. Определение величины момента сил трения.

1. Установить грузы m_i на расстоянии $R \approx 0,1$ м от оси крестовины. Платформу без грузов привести в такое положение, при котором один из грузов будет находиться в самом нижнем положении. Пометьте его, например, с помощью крепящего груз винта, головка которого при вращении маятника будет обращена к вам, в то время, как головки остальных трех винтов обращены в противоположную от вас сторону.

2. Определить высоту подъема платформы.

3. Отпустить платформу и предоставить маятнику возможность вращаться до полной остановки. Нить, удерживающая платформу, должна слететь со шкива и не мешать маятнику вращаться. Посчитать количество оборотов, совершенных маятником до полной остановки с точностью до четверти оборота. Если после вращении маятник придет в колебательное движение, то это означает его плохую балансировку которую в этом случае необходимо улучшить.

4. По формуле (9) рассчитать момент сил трения $M_{тр}$. Результаты измерений и расчета запишите в таблицу I.

Упражнение 2. Определение момента инерции маятника Обербека.

1. Установить грузы m_i на максимально возможные расстояния от оси вращения и сбалансировать маятник. После балансировки измерить расстояние R от центров грузов до оси вращения, а также измерить диаметры шкивов. В случае различных значений необходимо взять среднее арифметическое измеренных величин.

2. Закрепить нить о платформой на шкиве большого радиуса. Измерить диаметр о намотанной нити. Установить на платформу необходимое количество грузов, чтобы обеспечить выполнение условия

$M_{тр} \ll M$. Для наших целей достаточно потребовать, чтобы $M_{тр} = 0.01 M$. Из последнего условия оцениваем момент M и соответствующую ему массу перегрузков, начиная с которой можно проводить эксперимент.

Переместить платформу в верхнее положение. По линейке определить ход платформы h с грузом (рекомендуемое значение $h = 40$ см). Провести отсчет времени хода маятника t миллисекундомером. Эксперимент повторить не менее 5 раз.

3. Определить момент инерции маятника по формуле (8). Радиус шкива взять как среднее арифметическое от радиусов без нити и с намотанной на шкив нитью. Результаты измерений и расчета записать в таблицу 2.

4. Оценить погрешности ΔR , Δt , Δh , Δk и по ним определять относительную погрешность $\Delta I/I$.

Упражнение 3. Определение момента инерции крестовины графическим методом.

Повторить второе упражнение для трех произвольных радиусов R . Результаты, полученные для I при различных R во всех экспериментах, включая I , полученное во втором упражнении, представить в виде графика $I = I(R^2)$. Экстраполируя график до значения $R = 0$, определить момент инерции крестовины.

Таблица 1

N изм.	$m, г$	$h, см$	R	$M_{тр} = \frac{mgR}{2\pi R}$	$\frac{г \cdot см^2}{с^2}$
1					
2					
3					
Среднее					

Таблица 2

$m =$	$r_i =$	$h =$	$t, с$	\tilde{t}	I	I_0
см				с	г см ²	г см ²

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое момент импульса твердого тела? Что называется моментом силы?
2. Дать определение момента инерции твердого тела относительно неподвижной оси. Как меняется момент инерции маятника Обербека с изменением расстояния грузов от оси вращения?
3. Сформулируйте условия, при которых уравнение (1) преобразуется к виду (2).
4. Выведите формулу для расчета момента инерции маятника Обербека.
5. Как оценить момент сил трения $M_{тр}$?
6. Как оценить вращательный момент M ?
7. Как определять момент инерции крестовины I_0 ?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. - М.: Наука, 1987.
2. Лабораторный практикум по курсу "Физика", МАТЗ, Обнинск, 1988.

Цель работы: изучение плоско-параллельного движения на примере маятника Максвелла.

Приборы и

принадлежности: установка, включающая в себя маятник Максвелла и миллисекундомер; набор оменных колец.

Введение

При плоско-параллельном движении все точки твердого тела описывают траектории, лежащие в параллельных плоскостях. Такое движение можно представить, в частности, как наложение поступательного движения с кинематическими характеристиками центра масс тела и вращения вокруг оси перпендикулярной плоскости поступательного движения и проходящей через центр масс.

Соответственно для описания этого движения используются два уравнения динамики твердого тела:

уравнения движения центра масс

$$m\vec{a}_c = \sum \vec{F}_i \quad (1)$$

и уравнение вращения вокруг оси, проходящей через центр масс

$$I_c \vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_i \quad (2)$$

где m — масса тела, \vec{a}_c — ускорение центра масс, $\sum \vec{F}_i$ — сумма сил, действующих на тело, $\vec{\epsilon}$ — угловое ускорение тела, I_c — момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс, $\sum \vec{M}_i$ — сумма моментов сил, действующих на тело, относительно оси вращения.

В настоящей работе плоско-параллельное движение изучается на приборе, называемом маятником Максвелла. Устройство прибора схематически показано на рис. 1.

На валик радиуса r_0 насажен диск радиуса R . К валику симметрично относительно диска прикреплены две нити одинаковой длины, с помощью которых маятник подвешивается к стойке.

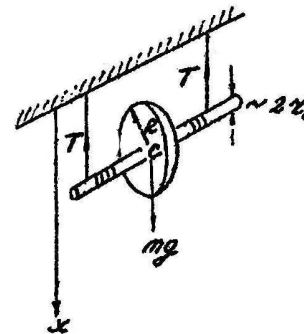


Рис. 1

Нити симметрично и в один ряд наматываются на валик и валик поэтому поднимается. Затем валику с диском предоставляется возможность свободно опускаться. При этом нити разматываются до полной длины в нижнем положении маятника, а затем в силу того, что диск продолжает по инерции вращаться в том же направлении, вновь наматываются на валик. Дойдя до верхнего положения, диск опять начнет опускаться вниз и т.д. Маятник будет совершать плоское движение, при котором все его точки перемещаются в плоскостях перпендикулярных оси валика.

Для описания маятника применим уравнения (1) и (2), записав их в скалярной форме:

$$ma_c = mg - 2T, \quad (3)$$

$$I_c \epsilon = 2r_0 T, \quad \text{где} \quad (4)$$

$$z = z_0 + z_H$$

z_H — половина толщины нити.

Поскольку нить разматывается без проскальзывания по валику, то угловое ускорение и ускорение центра масс (a_c) связаны соотношением

$$a_c = \epsilon r_0 \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (3)–(5), можно найти a_c , ϵ , T .

В частности, для ускорения поступательного движения маятника получается выражение

$$a_c = g \frac{1}{1 + \frac{I_c}{mz^2}} \quad (6)$$

Ускорение a_c определяется экспериментально по прямым измерениям времени опускания маятника t и проходимому при этом расстоянию S . Так как маятник движется из состояния покоя под действием постоянных сил, то

$$S = \frac{1}{2} a_c t^2 \quad a_c = \frac{2S}{t^2} \quad (7)$$

Справедливость выводов, следующих из уравнений (1) и (2), описывающих плоское движение твердого тела, проверяется путем сопоставления значения момента инерции маятника I_c , получаемого из соотношений (6) и (7), согласно которым

$$I_{c \text{ экспер.}} = mz^2 \left(\frac{2t^2}{2S} - 1 \right) \quad (8)$$

и значения I_c , расч., которое рассчитывается по геометрическим размерам и массам деталей маятника в соответствии с определенным моментом инерции.

Момент инерции маятника можно представить как сумму моментов инерции трех его частей: момента инерции валика I_o , момента инерции диска I_d с отверстием для валика и момента инерции оменного кольца I_k , насаждаемого на диск

$$I_{c \text{ расч.}} = I_o + I_d + I_k, \quad (9)$$

$$\text{где } I_o = 1/2 m_o r_o^2, \quad I_d = 1/2 m_d (R^2 + r_o^2)$$

$$I_k = m_k R_k^2$$

m_o , m_d , m_k - массы валика, диска и кольца соответственно, R_k - средний радиус кольца.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

На вертикальной стойке, установленной на основании 1, крепятся два кронштейна 2 и 3 (рис. 2). Верхний кронштейн снабжен электромагнитами и устройством 4 для крепления и регулировки би-фидлярного подвеса 5. Маятник представляет собой диск 6, закреп-

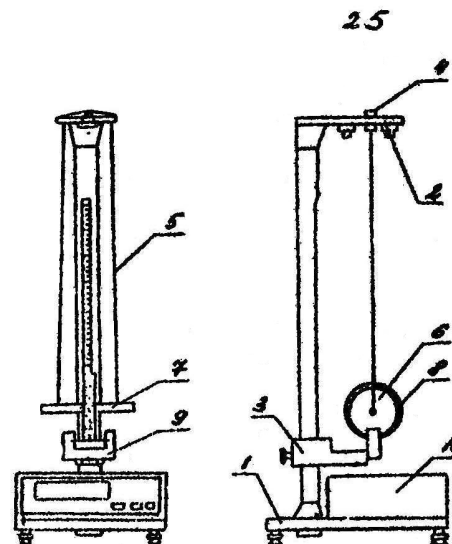


Рис. 2

ленный на валике 7, подвешенный на бифидлярном подвесе. На диск крепятся оменные кольца 8. Маятник со оменными кольцами фиксируется в верхнем покоем положении с помощью электромагнитов.

На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала, по которой определяется путь, проходимый маятником.

Фотоэлектрический датчик 9 закреплен с помощью кронштейна 3 в нижней части вертикальной стойки. С помощью кронштейна его можно перемещать вдоль стойки. Датчик выдает электрические сигналы на миллисекундомер 10.

Миллисекундомер представляет собой самостоятельный прибор с цифровой индикацией времени.

При нажатии кнопки "ПУСК" на миллисекундомере электромагнит обесточивается, маятник начинает опускаться, а миллисекундомер начинает отсчет времени. В момент пересечения маятником оптической оси фотодатчика счет времени прекращается, на табло выводится результат.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Упражнение 1. Определение момента инерции маятника (I_c эксп)

1. Установить по высоте нижний край кронштейна с фотодатчиком так, чтобы поверхность кронштейна, окрашенная в красный цвет (служит указателем) совпала с нижней отметкой шкалы. Указатель определяет длину пути маятника.

2. Установить с помощью устройства (4) необходимую длину силовой подвески таким образом, чтобы нижний край среза оменного кольца маятника находился на 4-5 мм ниже оптической оси фотодатчика, при этом ось маятника должна занять горизонтальное положение.

3. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера и нажать на кнопку "СЕТЬ", расположенную на лицевой панели миллисекундомера. При этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.

4. Вращая маятник, зафиксировать его в верхнем положении при помощи электромагнита, при этом необходимо следить за тем, чтобы нить наматывалась на ось виток к витку. В зафиксированном положении нити подвеса должны быть ослаблены.

5. Нажать на кнопку "СБРОС" для того, чтобы убедиться, что на индикаторах устанавливается нуль.

6. Нажать на кнопку "ПУСК" на секундомере и произвести отчет времени хода маятника t на табло. Результат измерения записать в таблицу 1.

7. Измерения провести по 5 раз для каждого из оменных колец маятника. Определить среднее значение \bar{t} . При смене колец необходимо убедиться в том, что кольцо насажено на диск до упора. После проведения работы с маятником необходимо отключить миллисекундомер от сети.

8. Вычислить по формуле (8) момент инерции I_c эксп маятника по экспериментальным результатам и оценить его абсолютную и относительную погрешности. Результаты записать в таблицу 2.

При вычислениях принять $m_d = (102.0 \pm 0.1)$ г,
 $m_0 = (31.0 \pm 0.1)$ г.

Упражнение 2. Измерение диаметров валика, диска, оменного кольца и расчет момента инерции маятника (I_c расч)

1. Измерить штангенциркулем диаметры валика, диска и оменного кольца.

2. Рассчитать по формуле (9) момент инерции I_c расч маятника и оценить погрешность.

3. Сопоставить значения I_c эксп и I_c расч

Таблица 1

	Время t , с					$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n}$
1 кольцо						
2 кольцо						
3 кольцо						

Таблица 2

Кольцо	R_k см	m_0 г	m_d г	m_k г	$m = m_0 + m_d + m_k$ г	r см	S см	I_c эксп гсм ²	I_c расч гсм ²
1									
2									
3									

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое плоско-параллельное движение?
2. Какими уравнениями динамики описывается плоско-параллельное движение?
3. Почему маятник после достижения нижней точки поднимается? Сравните ускорение и натяжение нитей при движении маятника вниз и вверх.
4. Выведите формулу для расчета экспериментального значения момента инерции маятника.
5. Выведите формулы для расчета моментов инерции валика I_2 , диска I_d и кольца I_k .

6. Проанализируйте возможные источники погрешностей при определении I_c экон. и I_c расч.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. I. - М.: Наука, 1987.
2. Стрелков С.П. Механика. - М.: Наука, 1976.
3. Лабораторный практикум по курсу "Физика", ИАТЭ, Обнинск, 1988.

РАБОТА № 5

ГИРОСКОП

Цель работы: изучение свойств свободного гироскопа.

Принадлежности: экспериментальная установка, включающая в себя электромотор, ротор которого играет роль гироскопа.

ВВЕДЕНИЕ

Гироскоп - быстро вращающееся симметричное твердое тело, ось вращения которого (ось симметрии) может изменять свое направление в пространстве. Гироскоп называется уравновешенным или свободным, если его центр масс совпадает с точкой опоры и остается неподвижным.

Гироскоп обладает рядом интересных свойств, наблюдаемых у вращающихся небесных тел, артиллерийских снарядов, детского волчка, роторов турбин, устанавливаемых на судах. На свойствах гироскопов основаны разнообразные устройства и приборы, широко применяемые в технике.

Свойства гироскопа проявляются при выполнении двух условий:

1) ось вращения гироскопа должна иметь возможность изменять свое направление в пространстве; 2) угловая скорость вращения гироскопа вокруг своей оси должна быть очень велика по сравнению с той угловой скоростью, которую будет иметь сама ось при изменении своего направления.

У гироскопов, применяемых в технике, свободный поворот оси гироскопа обеспечивают, закрепляя гироскоп в рамках (кольцах) карданова подвеса (Рис.1), позволяющего оси AB занять любое по-

ложение в пространстве. Такой гироскоп имеет три степени свободы: он может совершать три независимых поворота вокруг осей AB , DE и GK .

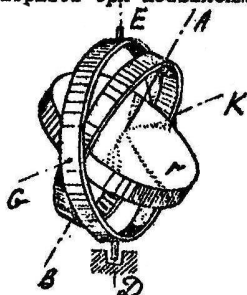


Рис.1 Гироскоп в кардановом подвесе.

Первое свойство свободного гироскопа состоит в том, что его ось стремится устойчиво сохранять в пространстве приданное ей первоначальное направление. Если эта ось вначале направлена на какую-нибудь звезду, то при любых перемещениях прибора и случайных толчках, она будет продолжать указывать на эту звезду.

Второе свойство гироскопа обнаружится, когда на его ось начинает действовать сила, стремящаяся привести ось в движение. Под действием этой силы гироскоп будет отклоняться не в сторону действия силы, как это было бы при отсутствии вращения вокруг оси AB , а в направлении перпендикулярном к силе, в результате гироскоп вместе с рамкой начнет вращаться вокруг оси DE с постоянной угловой скоростью. Это вращение называется прецессией.

Свойства гироскопа являются следствиями закона динамики, которому подчиняется движение твердого тела

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (1)$$

где \vec{M} — момент внешних сил относительно центра масс системы, \vec{L} —

момент импульса гироскопа относительно центра масс.

При отсутствии внешних сил $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, т.е. $L = \text{const}$ (закон сохранения момента импульса). С другой стороны, если скорость вращения оси гироскопа Ω (скорость прецессии) пренебрежимо мала по сравнению со скоростью собственного вращения гироскопа ω ($\Omega \ll \omega$), можно приближенно считать вектор $\vec{L} = J\vec{\omega}$ (J — момент инерции относительно оси гироскопа) и направленным вдоль оси гироскопа. При этом поворот вектора \vec{L} и поворот оси гироскопа будут эквивалентными.

Итак, первое свойство гироскопа следствие закона сохранения момента импульса: при отсутствии внешних сил $\vec{L} = \text{const}$ и направлением оси гироскопа остается постоянным.

Если к оси гироскопа приложить вертикальную внешнюю силу \vec{F} , возникнет момент сил \vec{M} ($\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$, где \vec{r} — радиус-вектор, проведенный из центра вращения в точку приложения силы \vec{F}), лежащий в горизонтальной плоскости. Из Рис.2 и Рис.3 видно, что векторы \vec{M} и \vec{L} перпендикулярны друг другу.

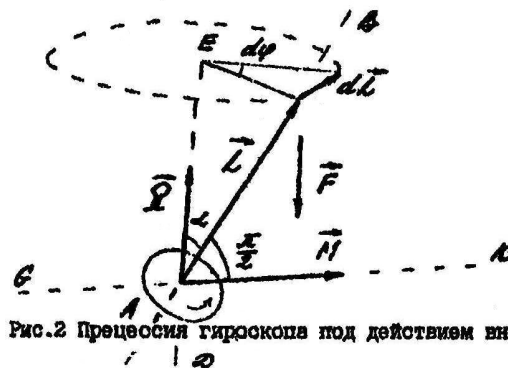


Рис.2 Прецессия гироскопа под действием внешних сил.

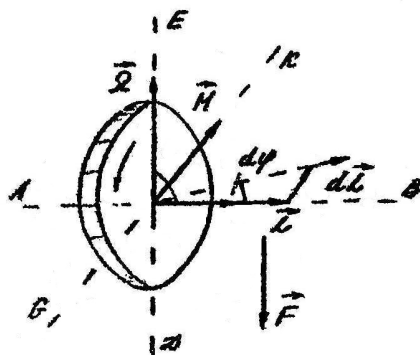


Рис.3 Прецессия гироскопа при горизонтальном расположении оси AB.

Вектор $d\vec{L} = \vec{F} \cdot dt$ направленный также как и \vec{F} , т.е. \vec{L} и $d\vec{L}$ перпендикулярны. Поэтому сила \vec{F} , не изменяя величины вектора \vec{L} заставляет его концы описывать окружность в горизонтальной плоскости. За время dt проворачивая \vec{L} на горизонтальную плоскость поворачивается на угол $d\phi$. Как следует из (1) и Рис.2

$$d\phi = \frac{dL}{L \sin \alpha} = \frac{F \cdot dt}{L \sin \alpha}$$

где α - угол, который составляет ось гироскопа, а следовательно и вектор \vec{L} , с вертикалью. Угловая скорость вращения \vec{L} равна

$$\Omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{F}{L \sin \alpha} \quad (2)$$

Таким образом, под действием внешнего момента \vec{M} ось гироскопа вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью Ω , описывая в пространстве конус, т.е. наблюдается прецессия. Если ось гироскопа горизонтальна (Рис.3), то вместе

(2) получаем $\Omega = M/L$. Учитывая, что $L = J \cdot \omega$, имеем при $\alpha = \pi/2$

$$\Omega = \frac{M}{J \cdot \omega} \quad (3)$$

Из формул (2), (3) видно, что угловая скорость прецессии тем меньше, чем быстрее вращается ротор гироскопа вокруг своей оси AB. Если в какой-то момент времени действие силы прекратится, то прекратится и прецессия.

Наряду с прецессией ось гироскопа при действии на нее силы может еще совершать так называемую нutation - небольшие, но быстрые колебания оси AB около ее среднего направления. Размахи этих колебаний у быстро вращающегося гироскопа малы и из-за неизбежного наличия сопротивления, быстро затухают. Это позволяет при решении большинства задач пренебречь нутацией и учитывать только прецессию.

Теория гироскопа используется для объяснения некоторых электромагнитных явлений. Электрон, движущийся по орбите, подобен волчку. Ему свойственны все особенности поведения гироскопов. Во внешнем магнитном поле происходит прецессия электронных орбит с одинаковой для всех электронов вещества угловой скоростью, так называемая ларморова прецессия. Ларморова прецессия существенна при объяснении свойств магнетиков.

В технике применяется много различных гироскопических устройств, основанных на использовании свойств гироскопов с тремя или двумя степенями свободы. Эти устройства применяют в авиации, морском флоте, ракетной и космической технике и народном хозяйстве для решения разнообразных навигационных задач, для управления подвижными объектами и их стабилизации.

Описание экспериментальной установки и подготовка ее к работе

Установка (Рис.4) состоит из высокоскоростного электродвигателя(7) с насаженным на вал маховиком(9). К мотору крепится штанга(1') со скользящим по ней грузом(12). Перемещая груз по штанге, можно уравновесить гироскоп, т.е. добиться, чтобы центр масс совпадал с точкой опоры.

Электродвигатель с помощью вилки(8) крепится к диску(13) с нанесенной угловой шкалой (лимбу). Лимб(13) имеет на окружности отверстия через каждые 5° , которые подсчитываются фотоэлектрическим датчиком М1 (4) и передают в блок управления и измерения(15) информацию об угле поворота гироскопа вокруг вертикальной оси. Маховик (2) имеет на окружности нарезки, которые подсчитываются фотоэлектрическим датчиком М2 (6) и передают в блок управления информацию о скорости оборотов электрического двигателя.

Прежде чем выполнять работу, необходимо по уровню, находящемуся на лимбе, проверить вертикальную установку прибора. В случае необходимости откорректировать установку прибора с помощью регулируемых опор. Ослабить стопорный винт лимба, чтобы гироскоп мог свободно вращаться вокруг вертикальной оси. Затем выключить двигатель и прогреть его на малых оборотах в течение пяти минут. Для включения мотора нужно на блоке управления нажать кнопку "Сеть". Ручкой "Регулировка скорости" установить частоту вращения 4000 об/мин, что соответствует показанию 4 по шкале миллиамперметра. Миллиамперметр показывает величину тока цепи фотодатчика М2, измеряющего количество оборотов маховика. При этом величина тока линейно меняется в зависимости от скорости вращения двигателя и 10000 об/мин соответствует 1 на шкале

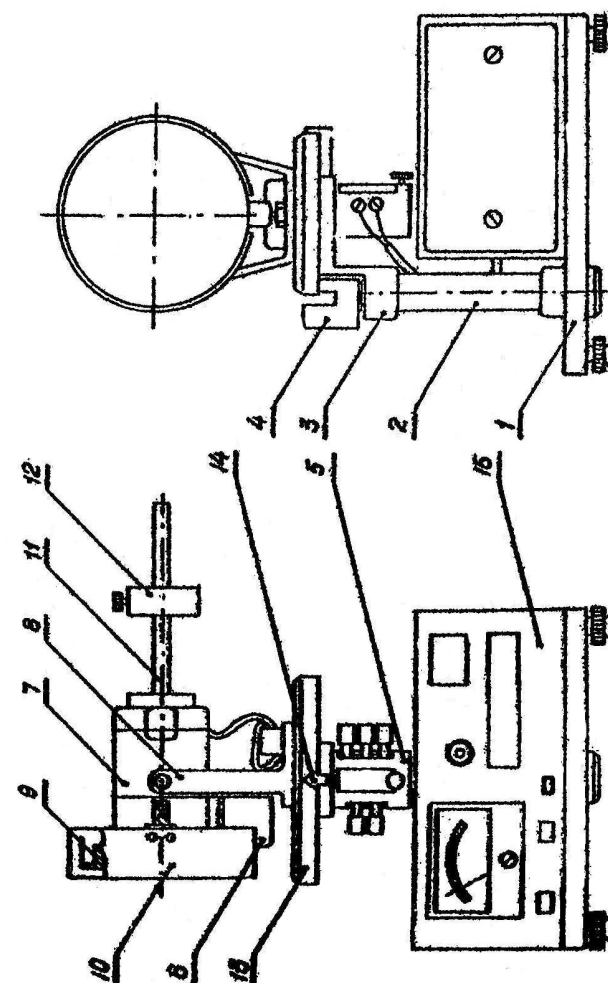


Рис. 4.

миллиамперметра.

Порядок выполнения работы

Задание I. Исследуется зависимость скорости прецессии гироскопа (Ω) от момента силы, приложенной к его оси. Проверить соответствие результатов эксперимента формуле (3).

Задание предлагается выполнять в следующем порядке.

1. Установить скорость вращения двигателя равной 4000 об/мин.
2. Найти положение груза (12), соответствующее равновесию гироскопа. Для этого нужно установить такое положение груза, при котором прецессия отсутствует. Измерения провести не менее 5 раз, причем для каждого нового измерения гироскоп необходимо вывести из положения равновесия, полученного в предыдущем измерении. Определить среднее значение положения равновесия $r_{н.р.}$.
3. Смещая груз от положения равновесия на $r = 1; 2; 3$ см, измерить соответствующие этим трем случаям скорости прецессии. Чтобы измерить скорость прецессии включают миллисекундомер кнопкой "Сброс" (Кнопка "Сброс" является одновременно и кнопкой пуска прибора). По шкале "УГ $\times 10$ (град)", находящейся на передней панели прибора, отсчитывается угол поворота лимба φ. Единица шкалы прибора соответствует углу поворота лимба на 10° . Показания прибора можно проконтролировать по угловой шкале лимба. Время, за которое этот поворот произошел, отсчитывается по шкале "Время, с" миллисекундомера. Отношение угла поворота

лимба φ ко времени t , за которое этот поворот произошел, дает величину скорости прецессии. Остановка прибора производится кнопкой "Стоп", но при этом миллисекундомер остановится не в момент нажатия кнопки, а только после того, как очередное "оконшко", просверленное в лимбе, пересечет луч светового датчика. Для каждого r измерения повторить 3 раза.

4. Построить график зависимости скорости прецессии от момента силы $M = r \cdot P$ (P — сила тяжести груза (12)). Убедитесь, что в соответствии с формулой (3) зависимость линейная.

Задание II. Определение момента инерции гироскопа относительно осм собственного вращения.

1. Сместить груз из положения равновесия на $r = 3$ см.
2. Измерить скорости прецессии при скоростях вращения двигателя $\omega = 3000, 3500$ и 4000 об/мин.
3. Рассчитать для каждого из трех измерений значения момента инерции J и найти их среднее значение. На основании формулы (3)

$$J = \frac{r \cdot P}{\Omega \cdot \omega}$$

4. Оценить погрешность измерения момента инерции.

Таблица 1. Определение положения груза, соответствующего равновесию $r_{н.р.}$.

№ изм.	1	2	3	4	5	
$r_{н.р.}$						$r_{н.р.} \dots$

Таблица 2. Зависимость скорости прецессии Ω от момента силы M

№ изм.	r см	P кг	M кг·м	φ град	t с	$\Omega = \varphi/t$ рад/с
1	1					
2						
3						
Среднее						$\Omega_1 =$
1	2					
2						
3						
Среднее						$\Omega_2 =$
1	3					
2						
3						
Среднее						$\Omega_3 =$

Таблица 3. Определение момента инерции J гироскопа

№ изм.	r см	P кг	n об/мин	$\omega = 2\pi n$ рад/с	φ град	t с	Ω рад/с	J кг·м ²	$J \pm \Delta J$ кг·м ²
1	3								
2									
3									
								$J =$	

Контрольные вопросы

1. Что такое момент силы? Как определяется его величина и направление?
2. Что такое момент импульса? Как определяется его величина и направление?
3. Что называется гироскопом?
4. Назовите два основных свойства гироскопа?
5. Запишите уравнение движения гироскопа.
6. Объясните первое свойство гироскопа.
7. Объясните второе свойство гироскопа.
8. Выведите формулу, связывающую скорость прецессии Ω с собственной скоростью вращения гироскопа ω .
9. При заданном положении груза P и известном направлении прецессии определите направление вращения ротора гироскопа.

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики, т.1, Механика, 1974.
2. Физический энциклопедический словарь, 1983.
3. Лабораторные занятия по физике, под ред. Л.М. Гольдина, 1983
4. Лабораторный практикум по курсу "Физика" (Раздел "Механика"), Обнинск, 1988.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение физических явлений, происходящих при движении тел в вязкой жидкости, и определение коэффициента вязкости.

ПРИБОРЫ И

ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: сосуд с испытуемой жидкостью, шарик, микрометр, секундомер, миллиметровая линейка.

ВВЕДЕНИЕ

В реальных жидкостях и газах существует внутреннее трение, называемое вязкостью. Вязкость можно представить себе как трение при движении слоев среды относительно друг друга. Внутреннее трение относится к явлениям переноса (наряду с диффузией и теплопроводностью), причем оно связано с переносом импульса.

Рассмотрим, как это происходит. Пусть жидкость течет по трубке. По оси трубки жидкость движется с наибольшей скоростью, а около стенок скорость становится равной нулю благодаря сцеплению молекул жидкости с поверхностью стенок трубки.

Кроме направленного движения молекул жидкости вдоль трубки, молекулы участвуют в хаотическом тепловом движении и переходят из слоев с большей скоростью в слои с меньшей скоростью и наоборот.

Пусть два смежных слоя (рис. I) жидкости со скоростями v_1 и v_2 находятся на расстоянии Δz друг от друга. Выделим площадку S в плоскости соприкосновения слоев. При переходе молекулы массы m из первого слоя, движущегося быстрее, во второй за время Δt второму слою сообщается импульс силы $F \Delta t$ равный изменению импульса молекулы $m v_1 - m v_2 = m \Delta v$. Направление этого импульса силы совпадает с направлением скорости. В то же время первому слою за счет перехода молекулы из второго слоя сообщается импульс силы $-F \Delta t = m(v_2 - v_1)$, направление которого

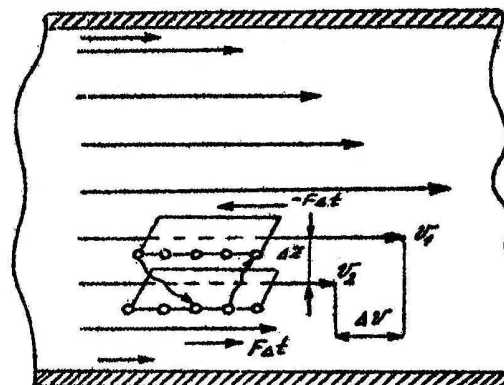


Рис. I

противоположно скорости движения, то есть этот импульс тормозит движение. Сила, с которой тормозится первый слой, равна силе, с которой второй слой ускоряется; она пропорциональна импульсу, перенесенному за единицу времени молекулами через площадку S из одного слоя в другой. Эта сила тем больше, чем больше разность скоростей слоев Δv , находящихся на расстоянии Δz и чем больше S . Можно записать, что сила трения между слоями

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta z} S \quad (I)$$

Величина $\Delta v / \Delta z$, равная изменению скорости на единицу длины в направлении перпендикулярном течению, называется **градиентом скорости**.

Коэффициент пропорциональности η называется **коэффициентом вязкости**.

Он численно равен силе взаимодействия смежных слоев жидкости с площадью соприкосновения равной единице при градиенте скорости также равном единице.

В системе СГС единицей коэффициента вязкости является пуаз (П). Из уравнения (I) легко определить его размерность.

$$[\eta] = \left[\frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{сек}} \right] = [\text{П}]$$

Уравнение (1), называемое уравнением Ньютона, выполняется для жидкостей, вязкость которых не зависит от градиента скорости, такие жидкости называются ньютоновскими. К не-ньютоновским относятся жидкости, состоящие из крупных молекул или содержащие взвешенные частицы.

Кровь относится к неньютоновским жидкостям.

Коэффициент вязкости крови человека обычно колеблется от 4 до 5 сП (сантипуаз $\text{сП} = 10^{-2} \text{П}$), при патологии может изменяться от 1,7 до 22,9 сП.

Вязкость зависит от природы жидкости или газа, от температуры и давления. Вязкость газов увеличивается при повышении температуры, жидкостей — уменьшается.

Вязкость определяет силу сопротивления не только движению слоев с разными скоростями, но и движению тел в жидкости. Эта сила зависит от вязкости, от формы тела, величины его поверхности.

Если движущимся телом является шар, то согласно формуле, выведенной Стоксом, сила трения при движении шарика в вязкой среде равна

$$F_{\text{тр}} = 6\pi\eta r v \quad (2)$$

где η — коэффициент вязкости жидкости,
 r — радиус шарика,
 v — скорость его движения.

Эта сила направлена в сторону противоположную направлению скорости.

Рассмотрим силы, действующие на шарик при его вертикальном движении в вязкой среде (рис. 2). Этих сил три: сила тяжести $P = m_{\text{ш}} g$ ($m_{\text{ш}}$ — масса шарика), архимедова сила P_A , равная массе вытесненной жидкости в объеме шарика $m_{\text{ж}}$, умноженной на ускорение свободного падения g , $P_A = m_{\text{ж}} g$ и сила трения $F_{\text{тр}}$. Две последние силы направлены вверх.

Пока скорость шарика мала, шарик движется ускоренно, и по мере возрастания его скорости возрастает сила трения $F_{\text{тр}}$.

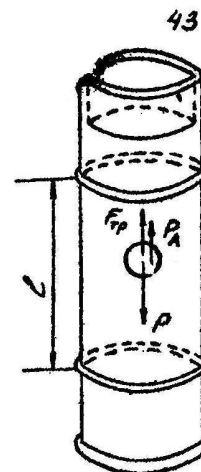


Рис. 2

Скорость шарика будет расти до тех пор, пока равнодействующая всех сил не обратится в ноль. С этого момента ускорение становится равным нулю и шарик движется равномерно с постоянной скоростью v . Уравнение движения при этом имеет вид

$$m_{\text{ш}} g - m_{\text{ж}} g - 6\pi\eta r v = 0 \quad (3)$$

$$\text{Масса шарика} \quad m_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{ш}} \quad (4)$$

$$\text{Масса жидкости} \quad m_{\text{ж}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{ж}} \quad (5)$$

$\rho_{\text{ш}}$ и $\rho_{\text{ж}}$ — соответственно плотности шарика и жидкости.

Подставив (4) и (5) в уравнение (3), получим

$$\eta = \frac{2}{9} r^2 g \frac{\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}}{v}$$

Скорость равномерного падения шарика в жидкости равна отношению пройденного расстояния l ко времени t : $v = l/t$. Вместо радиуса шарика r удобнее использовать его диаметр d . Окончательно получим

$$\eta = \frac{1}{18} d^2 g \frac{\rho_{ж} - \rho_{ш}}{l} t \quad (6)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Измерить микрометром диаметр шарика несколько раз (не менее трех) и результаты измерения записать в таблицу.
2. Измерить линейкой расстояние между метками цилиндрического сосуда с жидкостью в нескольких местах. Результаты измерений внести в таблицу.
3. Опустить шарик в сосуд с испытуемой жидкостью так, чтобы он двигался достаточно далеко от стенок сосуда, и измерить время прохождения шариком расстояния между метками. Расстояние между верхней меткой и поверхностью должно быть не меньше 6 см (для обеспечения условия постоянства скорости). Измерения времени выполнить не менее 5 раз. Результаты записать в таблицу.
4. Записать справочные данные для плотности шарика и жидкости.
5. Рассчитать коэффициент вязкости жидкости η , абсолютную и относительную погрешности измерения. Результаты записать в таблицу.

Таблица

№ п/п	d см	l см	t сек	$\rho_{ш}$ г/см ³	$\rho_{ж}$ г/см ³	$\eta \pm \Delta\eta$ (П)
1						
2						
.						
.						
Среднее						

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое вязкость?

2. Почему возникают силы трения между слоями жидкости?
3. Запишите формулу Ньютона.
4. Что такое коэффициент вязкости?
5. Какие силы действуют на шарик в вязкой среде?
6. Запишите уравнения движения шарика в жидкости:
 - а) при наличии ускорения,
 - б) при постоянной скорости.
7. Выведите формулу, используемую в работе для расчета коэффициента вязкости.
8. Выведите формулу для расчета погрешности измерения. $\Delta\eta$
9. В каких единицах измеряется коэффициент вязкости в системах СГС и СИ? Какое между ними соотношение?

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.Джанколи. Физика. I т, 1989г.
2. Руководство к лабораторным работам по физике, под редакцией А.Н.Ремизова, 1983г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ КАПЕЛЬНЫМ МЕТОДОМ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: ознакомиться с явлением поверхностного натяжения и освоить методику измерения коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом оравнения.

ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: биретка, закрепленная в штативе, флаконы с исследуемой и эталонной жидкостями, сосуд для сбора капель.

ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие между молекулами определяется законами электростатики и квантовой механики. Можно считать, что между молекулами (рассматриваемыми обычно как электрические диполи) одновременно существуют и силы притяжения и силы отталкивания. Силу притяжения мы считаем отрицательной, а силу отталкивания положительной. Зависимость этих сил от расстояния между молекулами r видна из рис. 1. Сила отталкивания быстрее убывает с расстоянием, чем сила притяжения. Поэтому суммарная сила на больших расстояниях является силой притяжения, а на малых — силой отталкивания.

Действуют межмолекулярные силы на очень малых расстояниях, не больше 10 нм. Если расстояние между молекулами оказывается меньше равновесного значения r_0 , между молекулами возникают силы отталкивания, при большем расстоянии — силы притяжения.

На рис. 1 приведена также зависимость потенциальной энергии U , определяемой характером сил ($F = -dU/dr$) от расстояния r .

Точке равновесия r_0 соответствует минимум потенциальной энергии. Молекула, обладающая тепловой энергией, колеблется около положения равновесия. Причем, как видно из рисунка, кривая потенциальной энергии несимметрична относительно точки равновесия r_0 и большую часть времени молекула находится в области, соответствующей притяжению.

В твердых телах и жидкостях средней кинетической энергии теплового движения не хватает, чтобы преодолеть силы притяжения. Поэтому они занимают определенный объем. В газе энергия тепло-

вого движения достаточна, чтобы преодолеть силы притяжения между молекулами; это ведет к тому, что молекулы разлетаются во все стороны, и газ распространяется на весь предоставленный ему объем.

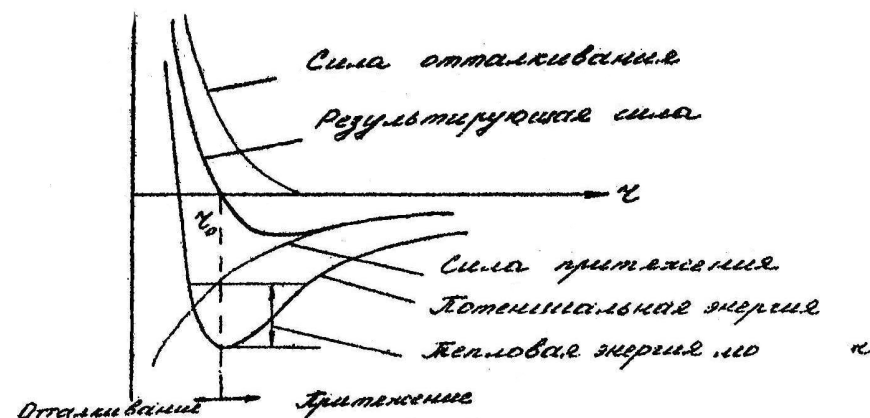


Рис. 1

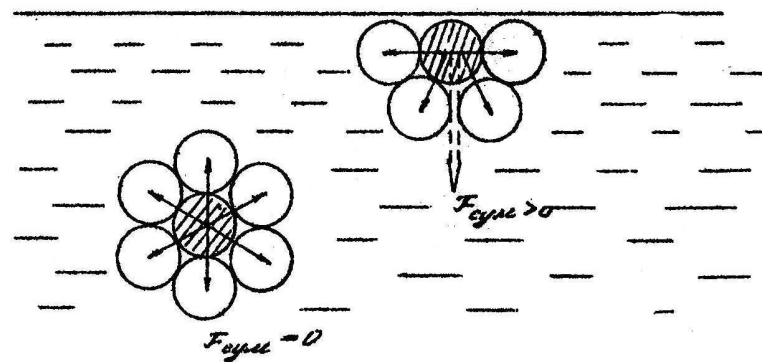


Рис. 2

Поверхностное натяжение обусловлено притяжением между молекулами. Поверхность жидкости, соприкасающаяся с другой средой, например, с её собственным паром, находится в особых условиях по сравнению с другой массой жидкости. Внутри жидкости силы притяжения между молекулами взаимно компенсируются, а на молекулы поверхностного слоя действует результирующая сила, направленная в глубь жидкости (рис. 2). Чтобы переместить молекулу из глубины на поверхность, надо совершить работу против этой результирующей силы. Поэтому потенциальная энергия молекул на поверхности больше, чем в глубине жидкости. Эта избыточная потенциальная энергия называется *поверхностной энергией* U_s , очевидно, она тем больше, чем больше величина поверхности S

$$U_s = \sigma S \quad (1)$$

Коэффициент σ , называемый коэффициентом поверхностного натяжения, численно равен поверхностной энергии, которой обладает единичная площадь поверхности при данной температуре

$$\sigma = \frac{U_s}{S} \quad (2)$$

По-другому можно определить σ как работу, которую необходимо совершить, чтобы увеличить площадь поверхности на единицу.

$$\sigma = \frac{A}{S} \quad (3)$$

Единица измерения коэффициента поверхностного натяжения в системе СИ:

$$[\sigma] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{с}^2}$$

Известно, что в замкнутой системе силы всегда действуют так, что в состоянии равновесия система имеет минимальную энергию. Так и поверхностная энергия за счет действия сил поверхностного натяжения, направленных по касательной к поверхности и стремящихся сократить её величину, принимает наименьшее возможное значение. Именно с этим связано стремление капелек жидкости принять сферическую форму: при заданном объеме шар обладает минимальной

поверхностью. Этому стремлению препятствует влияние сил тяжести, но для маленьких капелек это влияние мало и их форма близка к сферической.

Коэффициент поверхностного натяжения можно определить, измеряя силу, которую нужно приложить, чтобы увеличить площадь поверхности жидкости.

Представим проволоочную рамку, затянутую тонкой пленкой жидкости (рис. 3)

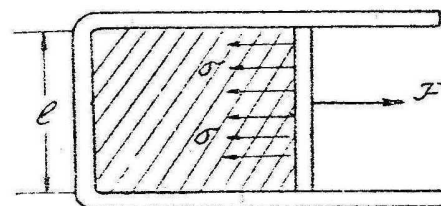


Рис. 3

Одна из сторон рамки сделана подвижной. Чтобы сместить подвижную сторону рамки и увеличить поверхность жидкости, необходимо приложить силу F , направленную против силы поверхностного натяжения и численно ей равную. При перемещении подвижной стороны, имеющей длину l , на расстояние Δx совершается работа

$A = F \Delta x$. Изменение площади поверхности жидкости по обе стороны рамки $\Delta S = 2l \Delta x$. Коэффициент поверхностного натяжения в соответствии с формулой (3)

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S} = \frac{F \Delta x}{2l \Delta x} = \frac{F}{2l} \quad (4)$$

Таким образом коэффициент поверхностного натяжения можно определить еще как силу поверхностного натяжения, действующую на единицу длины контура, ограничивающего поверхность жидкости.

Рассмотрим процесс образования капли при медленном вытекании жидкости из вертикально расположенной трубки. Сила поверхностного натяжения не позволяет жидкости беспрепятственно вылиться сразу из трубки. Сила, обусловленная давлением столба жидкости, противодействует силе, стремящейся сократить поверхность; количество вытекшей жидкости постепенно увеличивается и капля растет до тех пор, пока её сила тяжести меньше силы поверхностного натяжения (рис. 4).

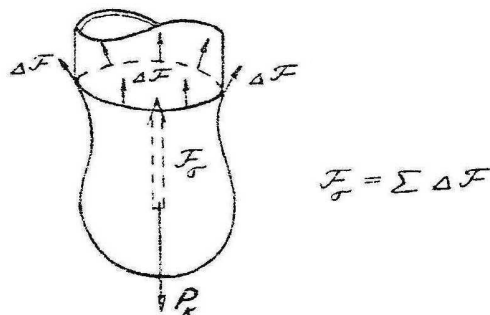


Рис. 4

Из-за наличия сил поверхностного натяжения капля стремится принять форму шара. В результате этого образуется сужение или шейка капли радиуса r . На каплю действует сила поверхностного натяжения F_σ равная произведению коэффициента поверхностного натяжения σ на длину контура сужения.

$$F_\sigma = \sigma 2\pi r \quad (5)$$

В момент отрыва капли её сила тяжести P равна силе поверхностного натяжения

$$P = F_\sigma \quad (6)$$

При очень маленьком отверстии и недостаточном давлении жидкости капля может не оторваться. Так поверхностное натяжение приводит к тому, что жидкость не протекает через недостаточные поверхности, например, поверхность зонтика или ткань плащика.

Из формулы (6) можно определить коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = P / 2\pi r$. Трудоемкую операцию по определению r можно исключить, если применить метод сравнения, т.е. использовать жидкость с известным коэффициентом поверхностного натяжения (в нашем случае — воду). Радиусы шейки для воды и исследуемой жидкости можно считать одинаковыми без большой погрешности. Тогда для воды

$$\sigma_b = \frac{P_b}{2\pi r} \quad (7)$$

для исследуемой жидкости

$$\sigma_{жс} = \frac{P_{жс}}{2\pi r} \quad (8)$$

Из (7) и (8) получим

$$\sigma_{жс} = \sigma_b \frac{P_{жс}}{P_b} \quad (9)$$

Силы тяжести капли для воды и жидкости соответственно равны

$$P_b = \rho_b g V_{бв} \quad (10)$$

и

$$P_{жс} = \rho_{жс} g V_{жс} \quad (11)$$

здесь ρ_b и $\rho_{жс}$ — плотности воды и жидкости при данной температуре, $V_{бв}$ и $V_{жс}$ — объемы капель воды и жидкости.

С учетом (10) и (11)

$$\sigma_{жс} = \sigma_b \frac{\rho_{жс} V_{жс}}{\rho_b V_{бв}} \quad (12)$$

Для определения объема капли необходимо сосчитать число капель n , составляющих некоторый объем V жидкости. Объем определяется с помощью бюретки — стеклянной трубки, градуированной в см^3 и снабженной краном. Так как $V_n = V/n$ окончательно запишем

$$\sigma_{жс} = \sigma_b \frac{\rho_{жс} V_{жс} n_b}{\rho_b V_b n_{жс}} \quad (13)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Поставив под чистую бюретку сосуд, перекрыть кран и заполнить её водой. Открыв кран, отрегулировать вытекание жидкости до скорости удобной для счета капель. Пропуская при этой скорости через бюретку 2-3 см³ жидкости, подсчитать число, содержащихся в этом объеме, капель.

Опыт повторить не менее трех раз. Данные опыта записать в таблицу.

2. Повторить пункт 1 для исследуемой жидкости.

3. Из таблиц плотностей жидкости выписать плотности воды и исследуемой жидкости при данной температуре.

4. Рассчитать коэффициент поверхностного натяжения исследуемой жидкости $\sigma_{ж}$ и его погрешность. Записать результат с учетом погрешности.

Таблица

№ опыта	Вода		Жидкость		Точность измерения: $\sigma_{ж} \pm \Delta \sigma_{ж}$ дн/см	Примечание
	$\rho_{в1}$	$\rho_{в2} - \rho_{в1}$	$\rho_{ж1}$	$\rho_{ж2} - \rho_{ж1}$		
1						При $t^\circ =$
2						$\rho_{в} =$
3						$\rho_{ж} =$
Среднее						

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните, почему между молекулами жидкости действуют силы притяжения.
2. Почему в жидком и твердом состояниях вещества имеют определенный объем?
3. Почему возникает поверхностное натяжение?
4. Что такое поверхностная энергия?
5. Дайте определение коэффициента поверхностного натяжения σ через поверхностную энергию.
6. В каких единицах измеряется σ

7. Почему возникают силы поверхностного натяжения, как они направлены по отношению к поверхности?
8. Как определяется σ через силы поверхностного натяжения?
9. Как зависит σ жидкости от температуры и почему?
10. Как образуются капли?
11. В чем заключается определение σ методом сравнения?
12. Выведите формулу для расчета σ исследуемой жидкости методом сравнения.
13. Выведите формулу для расчета погрешности σ в данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Э.Фриш и А.В.Тиморева. Курс общей физики. Т. I, 1961.
2. Д.Джанколи. Физика. Т. I, 1989.
3. Сборник описаний лабораторных работ под ред. В.Н.Посохова. ТМИ, 1979.

РАБОТА № 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ
ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЫЦА (МЕТОД КОЛЛИ)

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить явления поверхностного натяжения жидкости и определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости методом Колли.

ПРИБОРЫ И

ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: исследуемая жидкость, весы Колли, набор гирь, штангенциркуль.

ВВЕДЕНИЕ

Поверхностный слой жидкости обладает рядом свойств, отличающих его от свойств жидкости, находящейся в объеме, что обусловлено:

- а) наличием границы раздела двух сред (жидкость — газ),
- б) действием молекулярных сил.

Если молекула жидкости находится внутри объема (например, молекула А, рис. 1) и удалена от поверхности на расстояние, превышающее радиус сферы молекулярного действия (γ), то силы, действующие на нее со стороны других молекул, взаимно компенсируются. В случае, когда молекула находится в поверхностном слое (молекула В, рис. 1), толщина которого меньше радиуса сферы молекулярного действия, в результате различия сил молекулярного притяжения жидкости и газа к молекуле приложена равнодействующая сила F , перпендикулярная к границе раздела и направленная внутрь жидкости. Причем силы притяжения, действующие между молекулами вдоль поверхности жидкости, стремятся облизить их между собой и, тем самым, уменьшить площадь поверхности жидкости. Такое стягивание поверхности ведет к формированию сферической формы свободной капли жидкости, так как шар имеет наименьшую площадь поверхности при определенном объеме.

Известно, что при постоянной температуре система стремится к состоянию с минимальной энергией. Стремление жидкости занять объем с минимальной поверхностью обеспечивает состояние жидкости с минимальной энергией.

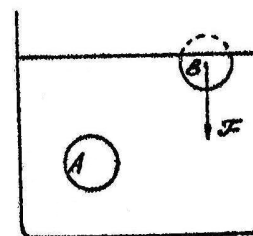


Рис. 1

Любое увеличение площади поверхности, например, на величину dS , связано с переходом молекул жидкости из объема на поверхность, требует затраты работы dA , которая совершается против сил молекулярного действия поверхностного слоя и равна

$$dA = \sigma dS \quad (1)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения, характеризует свойства поверхности жидкости.

$$\sigma = \frac{dA}{dS} \quad (2)$$

Таким образом, коэффициент поверхностного натяжения можно определить как работу, затраченную на увеличение площади поверхности жидкости на единицу.

Для пояснения оказанного рассмотрим проволочную рамку натянутую пленкой жидкости (рис. 2). Одна из сторон рамки сделана подвижной (сторона АВ). Из-за наличия поверхностного натяжения, для того чтобы сместить подвижную сторону рамки на величину dx и, тем самым, увеличить поверхность жидкости, необходимо приложить силу F_σ равную по величине силе поверхностного натяжения и совершить работу

$$dA = F_\sigma dx \quad (3)$$

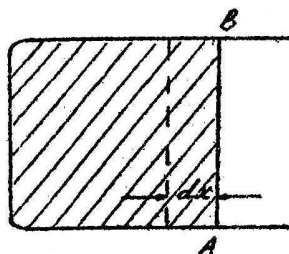


Рис. 2

Если длина контура, к которому приложена сила поверхностного натяжения, равна ℓ , то увеличение площади поверхности при этом составит $dS = \ell dx$. На основании формулы (2)

$$\sigma = \frac{dA}{dS} = \frac{F_0 dx}{\ell dx} = \frac{F_0}{\ell} \quad (4)$$

то есть коэффициент поверхностного натяжения можно определять как силу поверхностного натяжения, приходящуюся на единицу длины контура, ограничивающего поверхность жидкости.

Один из методов, позволяющих определить коэффициент поверхностного натяжения, — метод Кола. Он заключается в измерении силы, равной по величине силе поверхностного натяжения исследуемой жидкости при отрыве твердого тела от поверхности этой жидкости, и длины контура тела, омываемого жидкостью. Схема прибора представлена на рис. 3.

В момент отрыва тела от жидкости сила отрыва равна по величине силе поверхностного натяжения F_0 . Если телом является кольцо с наружным диаметром d_1 и внутренним d_2 , то длина контура, омываемого жидкостью, равна $\ell = \pi(d_1 + d_2)$

$$\sigma = \frac{F_0}{\pi(d_1 + d_2)} \quad (5)$$

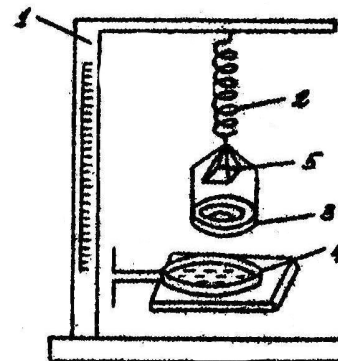


Рис. 3. Весы Кола:

1 — штатив со шкалой, 2 — пружина с подвешенной чашечкой 5, 3 — кольцо, 4 — сосуд с исследуемой жидкостью

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Калибровка пружинных весов.

Для измерения силы поверхностного натяжения используются пружинные весы, которые перед началом выполнения работы необходимо калибровать, т.е. найти коэффициент пропорциональности между удлинением пружины y и приложенной силой F , называемый коэффициентом жесткости

$$k = \frac{F}{y} \quad (6)$$

Коэффициент жесткости определяют по графику зависимости $y = f(m)$. Для построения графика нагружают пружинные весы последовательно грузами массой 0,5 г; 1,0 г; 1,5 г; 2,0 г; 2,5 г и 3,0 г и измеряют соответствующие удлинения пружины. Данные записывают в таблицу I. По графику находят усредненное значение $\left(\frac{m}{y}\right)$ и находят $K = \frac{F}{y} = \left(\frac{m}{y}\right)g$

Таблица I

Масса груза :	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
m , г :						
y , см :						

2. Определение силы поверхностного натяжения F_σ .

Сосуд с исследуемой жидкостью поднимают до соприкосновения кольца с жидкостью, затем осторожно опускают столик с сосудом до тех пор, пока не произойдет отрыв кольца. В момент отрыва кольца от жидкости производят отсчет по шкале. Опыт повторяют несколько раз и результаты заносят в таблицу 2.

По измеренным значениям γ , зная коэффициент жесткости k определяют силу поверхностного натяжения F_σ .

3. Штангенциркулем измеряют внешний и внутренний диаметры кольца d_1 и d_2 . Измерения повторяют несколько раз и данные заносят в таблицу 2.

4. Рассчитывают коэффициент поверхностного натяжения жидкостей, абсолютную и относительную погрешности измерения.

Таблица 2

№ : γ	F_σ	d_1	d_2	$\sigma \pm \Delta \sigma$
: см	дм	см	см	дм/см
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее $\bar{\gamma} =$	$\bar{F}_\sigma =$	$\bar{d}_1 =$	$\bar{d}_2 =$	при $\epsilon = 1$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение коэффициента поверхностного натяжения.
2. Почему возникает сила поверхностного натяжения?
3. Как направлена сила поверхностного натяжения?
4. Что означает прокалибровать пружинные весы?
5. Вывести формулу расчета абсолютной погрешности σ .
6. Записать размерности σ в системах СИ и СГС.

ЛИТЕРАТУРА:

1. И.В.Савельев. Курс физики, Т. I, 1989г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИИ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗОВ
МЕТОДОМ КЛЕМАНА И ДЕЗОРИА

Цель работы: определить отношение молярной теплоемкости газа при постоянном давлении C_p к молярной теплоемкости при постоянном объеме C_v ($C_p / C_v = \gamma$).

Приборы и принадлежности: прибор для определения γ .

Введение

Важной характеристикой тепловых свойств тел является теплоемкость. Под теплоемкостью тела C понимают отношение количества теплоты ΔQ полученного телом, к соответствующему приращению его температуры ΔT :

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (1)$$

Эксперименты и теоретические расчеты показывают, что теплоемкость зависит от химического состава тела, его массы, и, что особенно необходимо отметить - вида процесса изменения состояния тела при сообщении ему теплоты.

Для однородных тел удобно пользоваться удельной $C_{уд}$ и молярной C_μ теплоемкостями. Удельная теплоемкость газа $C_{уд}$ - количество теплоты, необходимое для нагревания тела единичной массой на один Кельвин.

$$C_{уд} = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (2)$$

где m - масса вещества.

Молярная теплоемкость C_μ - количество теплоты, необходимое для нагревания одного моля (киломоля) вещества на один Кельвин.

$$C_\mu = \frac{1}{m/\mu} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (3)$$

где m/μ - количество молей вещества,
 μ - молярная масса.

Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением

$$c_{\mu} = \mu c_{\mu\mu} \quad (4)$$

Чтобы определить значение теплоемкости в разных процессах, воспользуемся первым началом термодинамики, которое читается так: тепло, подводимое к системе, расходуется на увеличение внутренней энергии газа ΔU и на работу ΔA , совершаемую газом против внешних сил:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad (5)$$

Изменение внутренней энергии равно:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad (6)$$

где i — число степеней свободы молекулы газа,
 R — универсальная газовая постоянная.

Работа, совершаемая газом, равна:

$$\Delta A = p \Delta V, \quad (7)$$

где p — давление газа, ΔV — изменение объема газа.

Подставив в формулу (3) выражение (5), получим уравнение, позволяющее определить молярную теплоемкость газа в любом процессе:

$$c_{\mu} = \frac{1}{m/\mu} \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{\Delta A}{\Delta T} \right). \quad (8)$$

Изохорический процесс. Процесс называется изохорическим, если объем газа остается постоянным, $V = \text{const}$.

В изохорическом процессе работа газом не совершается, все тепло, подводимое к газу, идет на увеличение его внутренней энергии и первое начало термодинамики принимает вид:

$$\Delta Q = \Delta U, \text{ так как } \Delta A = p \Delta V = 0$$

Молярная теплоемкость в этом процессе равна:

$$c_v = \frac{1}{m/\mu} \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{1}{m/\mu} \frac{\Delta U}{\Delta T} \quad (9)$$

Подставив в (9) значение (6), получим выражение для молярной теплоемкости в изохорическом процессе:

$$c_v = \frac{i}{2} R \quad (10)$$

Изобарический процесс. Процесс называется изобарическим, если давление газа остается постоянным, $p = \text{const}$.

В этом процессе объем газа и его температура изменяются, следовательно, тепло, подводимое к газу, расходуется на увеличение внутренней энергии газа и на работу, которую совершает газ против внешних сил:

$$c_p = \frac{1}{m/\mu} \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} + \frac{\Delta A}{\Delta T} \right) \quad (11)$$

Подставим вместо ΔU выражение (6), а вместо ΔA , воспользовавшись уравнением Менделеева-Клапейрона, выражение

$$p \Delta V = \frac{m}{\mu} R \Delta T \quad \text{получим:}$$

$$c_p = c_v + R \quad (12)$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении больше молярной теплоемкости при постоянном объеме на универсальную газовую постоянную, так как в этом процессе подводимое тепло идет не только на увеличение внутренней энергии, но и на работу, совершаемую газом против внешних сил.

Адиабатический процесс. Процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой, называется адиабатическим. Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона) имеет вид:

$$p V^{\gamma} = \text{const} \quad (13)$$

где γ — коэффициент Пуассона, который равен

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i} \quad (14)$$

Применим первое начало термодинамики к адиабатическому процессу:

$$\Delta U + \Delta A = 0, \quad \Delta Q = 0 \quad (15)$$

$$\text{или } \Delta A = -\Delta U,$$

то есть в этом процессе газ совершает работу за счет уменьшения своей внутренней энергии, при этом температура газа понижается.

Целью настоящей работы является определение отношения теплоемкостей газа

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

методом Клемана и Дезорма, основанном на адиабатическом расширении (сжатии) газа.

Прибор, предназначенный для опытного определения, изображен на рис. 1.

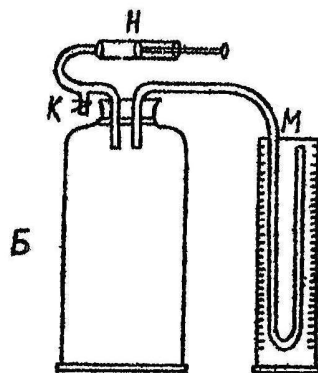


Рис. 1

Стекланный баллон — Б соединен с открытым манометром — М и насосом. Кран позволяет соединить баллон с атмосферой. Пусть первоначально газ в баллоне находится при атмосферном давлении. Закроем кран и накачаем в сосуд некоторое количество воздуха. Давление в сосуде повысится. Так как сжатие воздуха было адиабатическим, достаточно быстрым, то температура его повысится. По истечении 3–5 минут благодаря теплопроводности стенок температура воздуха внутри баллона повысится до температуры окружающей среды.

Вместе с тем произойдет понижение давления. Давление определяется разностью уровней жидкости в манометре h .

Рассмотрим только часть воздуха в баллоне, например, единицу массы с объемом V . После того как баллон накачали и в нем установилась комнатная температура T_1 , состояние этой части воздуха характеризуется параметрами p_1, V_1, T_1 (точка 1, рис. 2).

Давление $p_1 = p_0 + \Delta h_1$, (16), где p_0 — атмосферное давление; Δ — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения давления.

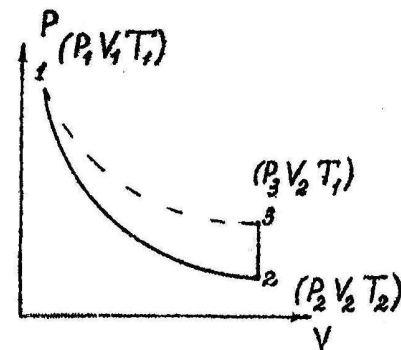


Рис. 2

На небольшое время откроем кран. Газ начинает расширяться, пока давление в баллоне не станет равным атмосферному. Расширение газа происходит быстро, теплообмен между газом и окружающей средой не успевает осуществиться, — адиабатическое расширение, — газ охлаждается от комнатной температуры T_1 до некоторой T_2 . Это состояние газа характеризуется параметрами p_2, V_2, T_2 (рис. 2, точка 2). $p_2 = p_0$

После окончания адиабатического процесса кран закрываем. Газ, находящийся в баллоне, начнет нагреваться, произойдет теплообмен между воздухом в баллоне и окружающей средой, давление в баллоне возрастет и станет равным p_3 . Это третье состояние газа характеризуется параметрами p_3, V_2, T_1 (точка 3 на рис. 2), причём:

$$p_3 = p_0 + \Delta h_2, \quad (17)$$

где h_2 — показания манометра после того, как температура газа стала равна комнатной.
Переход системы из состояния 1 в состояние 2 описывается уравнением Пуассона

$$pV^\gamma = \text{const} \quad (18)$$

и для рассматриваемого перехода имеем:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad (19)$$

Переход из состояния 2, в состояние 3 осуществляется без изменения объема (изохорический процесс).

Учитывая, что состояние 3 характеризуется той же температурой T_1 что и состояние 1, переход из первого состояния в третье может быть произведен изотермически, кривая 1-3, рис. 2. К такому процессу применим закон Бойля-Мариотта:

$$pV = \text{const} \quad \text{или} \quad p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad (20)$$

Из уравнения (19) и (20) можно определить γ . Для этого возведем уравнение (20) в степень γ и поделим его на уравнение (19):

$$\frac{p_1^\gamma V_1^\gamma}{p_1 V_1} = \frac{p_2^\gamma V_2^\gamma}{p_2 V_2} \quad (21)$$

После сокращения объемов, получим:

$$\frac{p_1^\gamma}{p_1} = \frac{p_2^\gamma}{p_2} \quad \text{или} \quad \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\gamma = \frac{p_2}{p_1} \quad (22)$$

Логарифмируя выражение (22), находим искомый коэффициент

$$\gamma = \frac{\ln(p_2/p_1)}{\ln(p_2/p_1)^\gamma} = \frac{\ln p_2 - \ln p_1}{\gamma \ln p_2 - \gamma \ln p_1} \quad (23)$$

Выражение (23), с учетом соотношений (16) и (17) позволяют получить простую приближенную формулу для γ , действительно,

$$\gamma = \frac{\ln \frac{p_1 - \Delta h_1}{p_1}}{\ln \frac{p_1 - \Delta(h_1 - h_2)}{p_1}} = \frac{\ln(1 - \frac{\Delta h_1}{p_1})}{\ln(1 - \frac{\Delta(h_1 - h_2)}{p_1})} \quad (24)$$

Учитывая, что $\Delta h_1/p_1$ и $\Delta(h_1 - h_2)/p_1$ много меньше единицы, выражения:

$$\ln(1 - \frac{\Delta h_1}{p_1}) \approx \ln(1 - \frac{\Delta(h_1 - h_2)}{p_1})$$

можно разложить в ряд и ограничиться первым членом ряда. Тогда получим

$$\gamma = \frac{\Delta h_1/p_1}{\Delta(h_1 - h_2)/p_1} = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \quad (25)$$

Используя этим выражением, можно определить значение γ по измеренным на опыте значениям h_1 и h_2 .

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. При закрытом кране накачивают воздух в баллон до тех пор, пока разность уровней жидкости в манометре станет не менее 15-20 см.

2. Выжидают 3-5 минут, пока уровни манометра не установятся. При этом температура газа должна быть равна комнатной. При накачивании — температура газа повышается.

3. По уровням менiscoв в левом и правом коленях манометра определяют h_1 , и полученное значение h_1 заносят в таблицу.

4. Открывают кран. При этом слышится шипящий звук, это звук выходящего из баллона воздуха. Как только звук прекращается, кран немедленно закрывают.

Можно закрывать кран, ориентируясь по показаниям манометра. Если следует закрыть, как только уровни в коленях манометра образуются. При этом газ адиабатически расширился до давления, равного атмосферному.

5. Выжидают 3-5 минут, следя за показаниями манометра. В это время воздух в баллоне нагревается до комнатной температуры и его давление возрастает, уровни манометра перемещаются. Как только температура газа становится равна комнатной, давление принимает определенное значение. После этого определяют разность уровней в левом и правом коленях манометра h_2 . Отсчет производится по уровням менiscoв. Значение h_2 заносят в таблицу.

Опыт проводят не менее 10 раз. Результаты всех измерений заносят в таблицу.

6. Вычисляют значение γ по формуле (25).
 Вычисления следует производить непосредственно после каждого опыта.
 Затем определяется среднее значение γ

Таблица

Ном-р	h_1	h_2	γ	$\Delta \gamma$
1				
2				
3 и т.д.				
Среднее				

ВОПРОСЫ

1. I-ое начало термодинамики.
2. Удельная теплоемкость.
3. Молярная теплоемкость. Связь между удельной и молярной теплоемкостями.
4. Молярная теплоемкость при постоянном объеме.
5. Молярная теплоемкость при постоянном давлении.
6. Почему C_p больше C_v ?
7. Какой процесс называется адиабатическим ?
8. Что происходит с внутренней энергией газа и его температурой при адиабатическом расширении ? При адиабатическом сжатии ?
9. Чему равна внутренняя энергия газа ?
10. В какой момент вашей работы происходит адиабатический процесс, изокорический процесс ? Объясните на графике.
11. Почему кризис открывается на короткий промежуток времени ?
12. Какие значения принимает γ для 1, 2 и 3 атомных газов ?
13. Какое влияние на результат опыта окажет присутствие водяного пара ?
14. Почему манометр наполняют водой, а не ртутью ?
15. Как определяются абсолютные и относительные ошибки измерений ?